

Die Punkt- / Satzerfolgswahrscheinlichkeit im Volleyball – Mathematische Modellbildung und datenbasierte analytische / numerische Simulationen

Bernd Meyer, 22.10.2012

Gliederung (1)

I. Die Punkterfolgswahrscheinlichkeit (PEW)

- Modellbildung (absorbierende Markov-Ketten)
- Methoden zur Berechnung der PEW
- Modellvalidierung
 - 👉 Modellierung von Leistungsrelevanzen

II. Von der PEW zur Satzerfolgswahrscheinlichkeit (SEW)

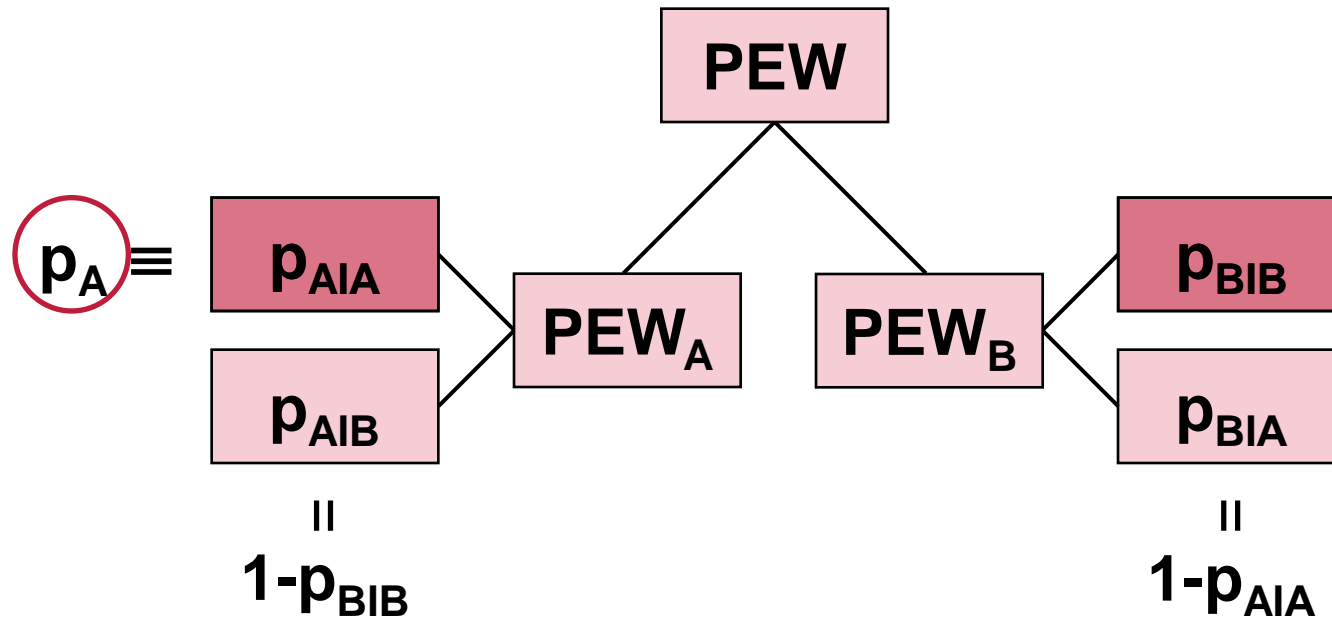
- Modellbildung (u.i.v. Punkte)
- Qualitative Eigenschaften eines allg. Verfahrens zur Berechnung der Punkteverteilung am Satzende und der SEW
- Modellvalidierung
 - 👉 Auswirkungen von Regel 7.1.2.1 (ersten Aufschlag ausführen / annehmen) auf die SEW

Gliederung (2)

- ☞ SEW in Abhängigkeiten von PEWen
- ☞ Einfluss von Leistungsschwankungen in Punktelementen auf die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der SEW
- Modellmodifikation unter Berücksichtigung ausgewählter Effekte nicht-u.i.v. Punkte
 - ☞ Vergleich des Einflusses von Hot-Hand-Effekt und Back-to-the-Wall-Effekt auf die SEW
 - ☞ Einfluss des Hot-Hand-Effektes auf die SEW für verschiedene Werte von Spielstärkeparametern

I. Die Punkterfolgswahrscheinlichkeit (PEW)

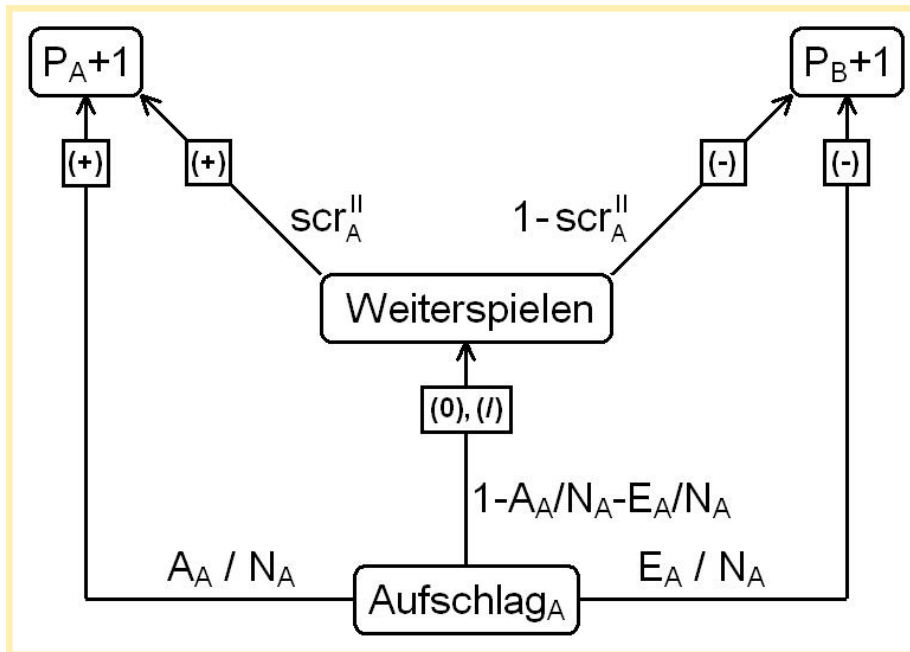
Grundlegende Begriffe im systemischen Kontext
(Rally-Point-Scoring-System)



PEW_v : PEW Team v ($v=A, B$)

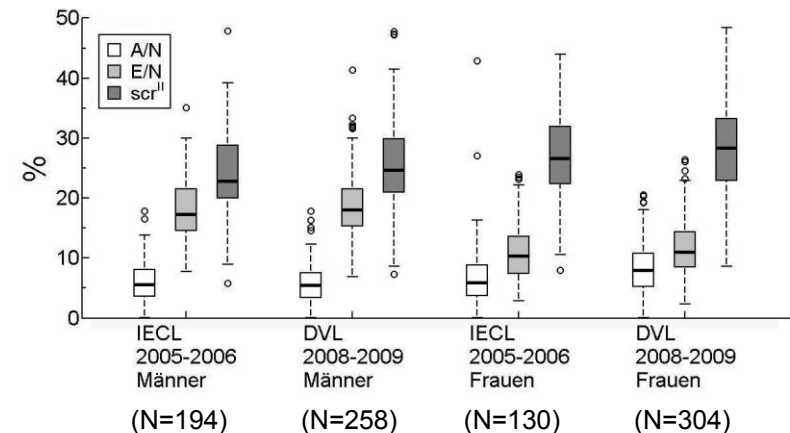
p_{AIB} : Wahrscheinlichkeit Rally-Gewinn Team A bei Aufschlag Team B, usw.

Modellbildung (absorbierende Markov-Ketten)



$(+)$, $(-)$, $(/)$, (0) : Bewertung Punktelement
(aus Baacke, 1982)

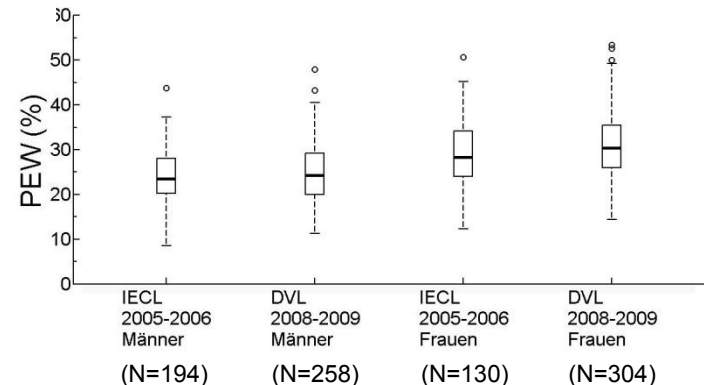
A = Anzahl derASSE
 E = Anzahl der Aufschlagfehler
 N = Anzahl der Aufschläge
 scr^{II} = reduzierte Scoringrate
 P_v+1 = Punktgewinn Team v ($v=A, B$)



Methoden zur Berechnung der PEW

(a) Systematische Summation von Pfadwahrscheinlichkeiten (grundlegend vgl. Witzel, 1984)

$$p_A = \frac{A_A}{N_A} + \left(1 - \frac{A_A}{N_A} - \frac{E_A}{N_A}\right) \cdot scr_A^{II}$$



(b) Monte-Carlo Methode

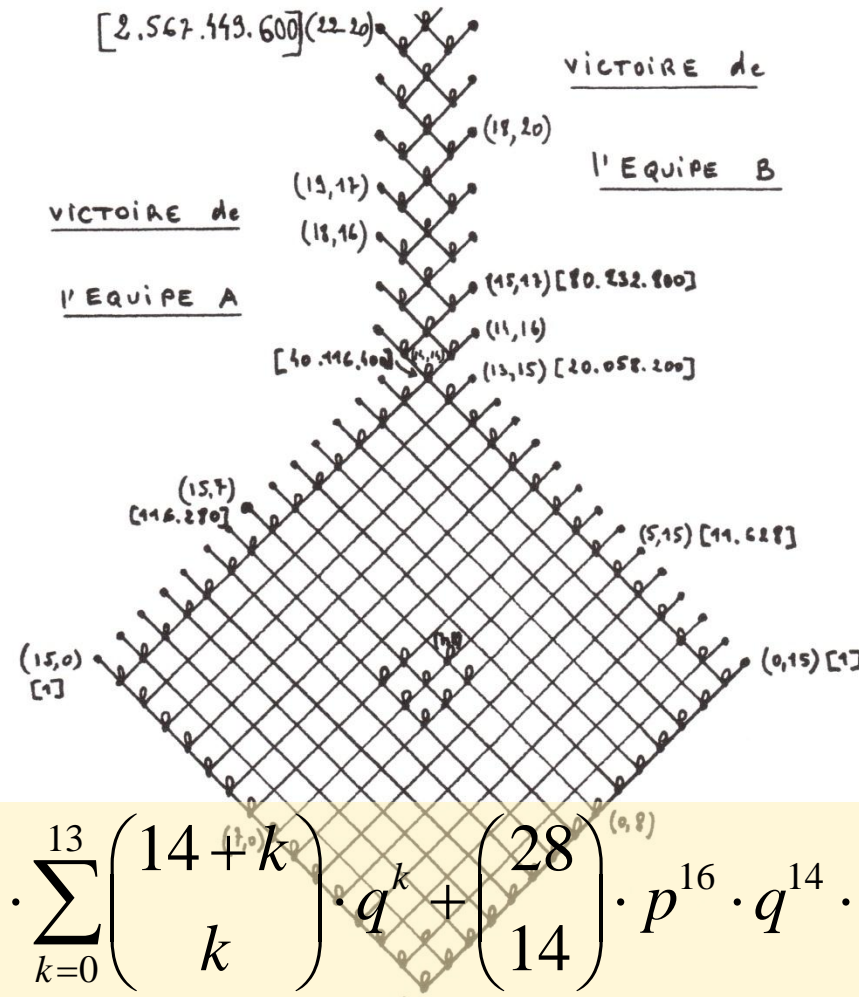
- ❖ Auswahl von wahrscheinlichkeitsgewichteten Pfaden im Zufallsexperiment. Darin Verwendung gleichverteilter Pseudozufallszahlen u ($u \sim U[0, 1]$) zum Vergleich mit Pfadwahrscheinlichkeiten (Bsp.: wenn $u \in [0, A_A/N_A]$, dann Rally-Gewinn Team A). u ist in vielen Programmiersprachen verfügbar (z.B. EXCEL: =ZUFALLSZAHN(); MATLAB: rand()).
- ❖ Sehr häufige, N_{MC} -fache Wiederholung des Zufallsexperiments
- ❖ Mittelwertbildung: $p_A = (\text{Anzahl Punkte Team A}) / N_{MC}$
(Bemerkung: $p_A \rightarrow E(p_A)$ für $N_{MC} \rightarrow \infty$; $E(p_A)$: Erwartungswert von p_A)

(c) Matrix-Algebra

(bspw. Kemeny & Snell, 1976, S. 43 ff.)

Beispiel zu Methode (a):

Schema einer Markov-Kette mit Zuständen und Übergängen zur Modellierung der Side-Out-Zählweise im Volleyball (Satz) (aus Parlebas, 1985)



Rally-Point-Zählweise:

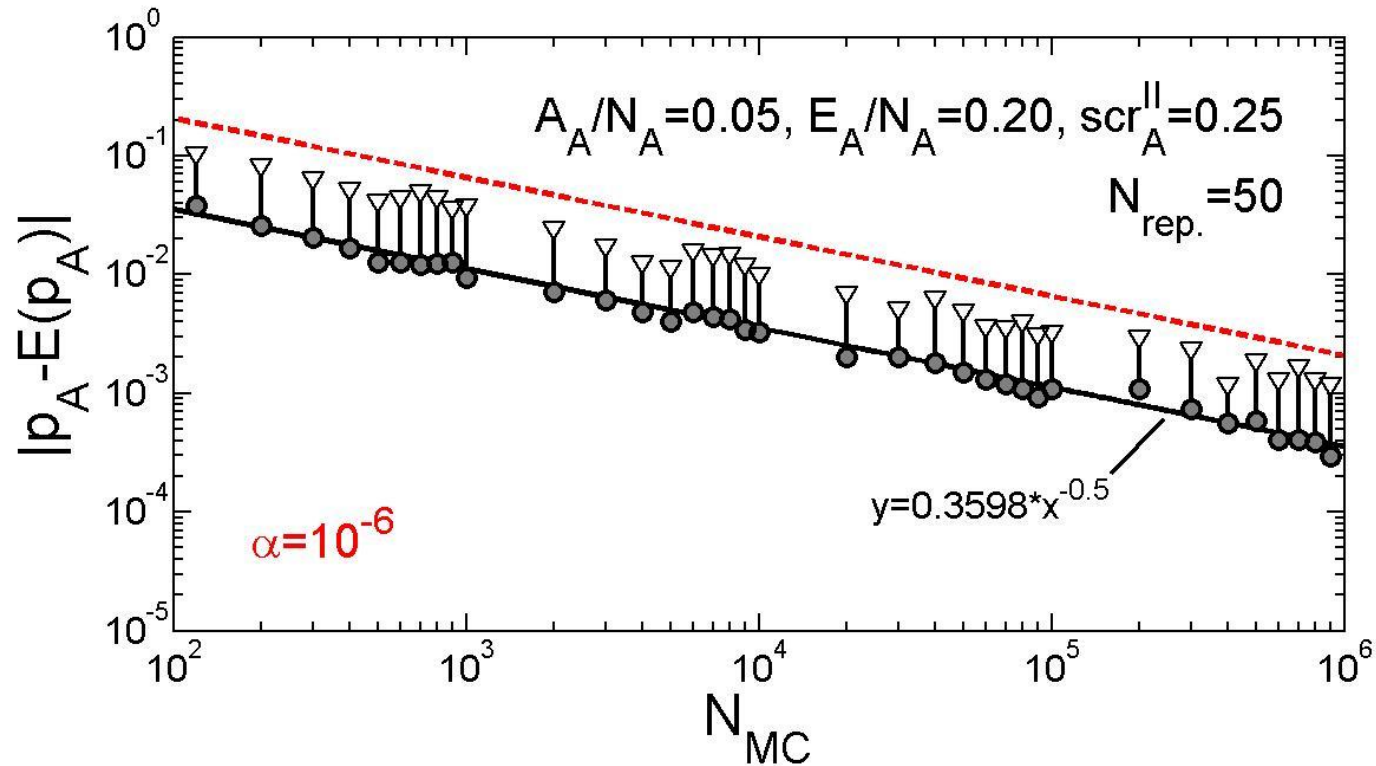
p: PEW Team A
q: PEW Team B
p+q=1

$$p_A^{Satz} = p^{15} \cdot \sum_{k=0}^{13} \binom{14+k}{k} \cdot q^k + \binom{28}{14} \cdot p^{16} \cdot q^{14} \cdot \frac{1}{1-2 \cdot p \cdot q}$$

(Calhoun, Dargahi-Noubary & Shi, 2002)

Beispiel zu Methode (b):

Ergebnisse aus Monte-Carlo Simulationen zur Berechnung von p_A und Rechenaufwand



α : Irrtumswahrscheinlichkeit

Beispiel (1) zu Methode (c):

Übergangsmatrix und Berechnung von p_A durch Matrixelement

	Aufschlag _A	Weiterspielen (Aufschlag _A)	Aufschlag _B	Weiterspielen (Aufschlag _B)	$P_A + 1$	$P_B + 1$
Aufschlag _A	0	$1 - A_A / N_A - E_A / N_A$	0	0	A_A / N_A	E_A / N_A
Weiterspielen (Aufschlag _A)	0	0	0	0	scr_A^{II}	$1 - \text{scr}_A^{\text{II}}$
Aufschlag _B	0	0	0	$1 - A_B / N_B - E_B / N_B$	E_B / N_B	A_B / N_B
Weiterspielen (Aufschlag _B)	0	0	0	0	$1 - \text{scr}_B^{\text{II}}$	scr_B^{II}
$P_A + 1$	0	0	0	0	1	0
$P_B + 1$	0	0	0	0	0	1

	Aufschlag _A	Weiterspielen (Aufschlag _A)	$P_A + 1$	$P_B + 1$
Aufschlag _A	0	$1 - A_A / N_A - E_A / N_A$	A_A / N_A	E_A / N_A
Weiterspielen (Aufschlag _A)	0	0	scr_A^{II}	$1 - \text{scr}_A^{\text{II}}$
$P_A + 1$	0	0	1	0
$P_B + 1$	0	0	0	1

$$P = \left(\begin{array}{c|c} Q & R \\ \hline 0 & I \end{array} \right)$$

$$B = \underbrace{\text{inv}(I - Q)}_N \cdot R$$

$$p_A = b_{1,1}$$

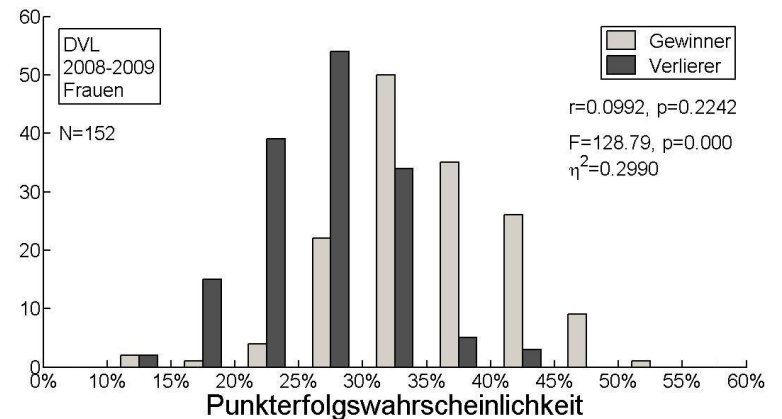
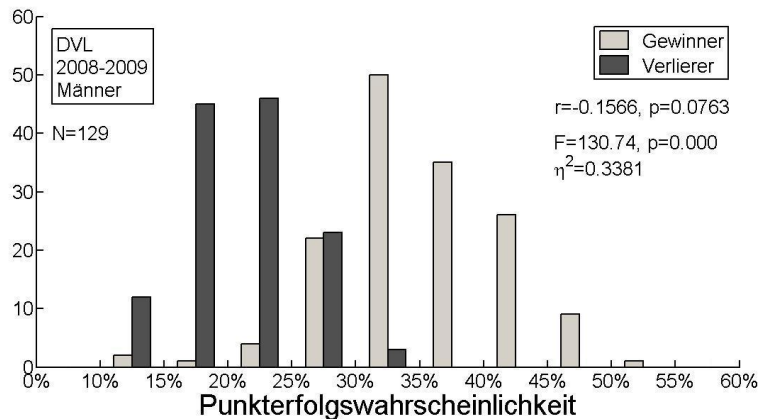
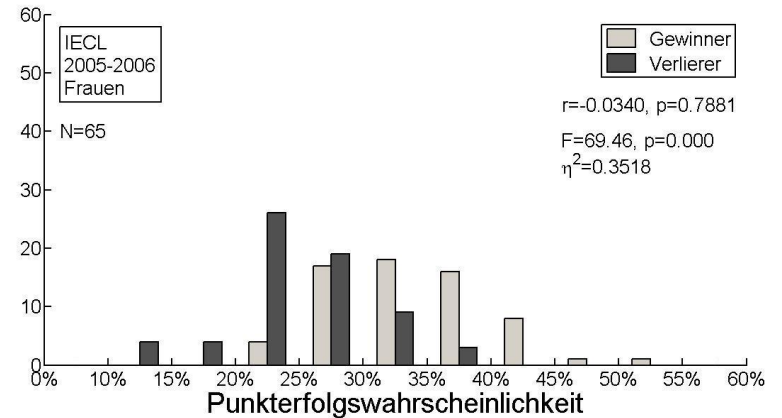
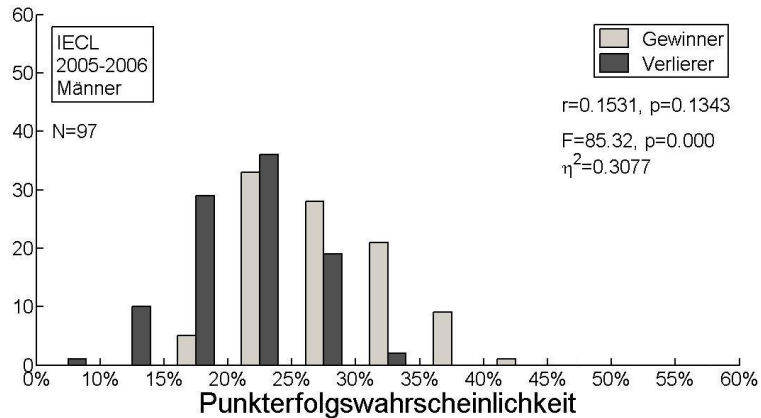
$b_{i,j}$: Element der Matrix B. Wahrscheinlichkeit, dass die Markov-Kette im transienten Zustand i startet und im absorbierenden Zustand j endet.

Beispiel (2) zu Methode (c): Struktur einer erweiterten Übergangsmatrix (aus Lames & Hohmann, 1997)

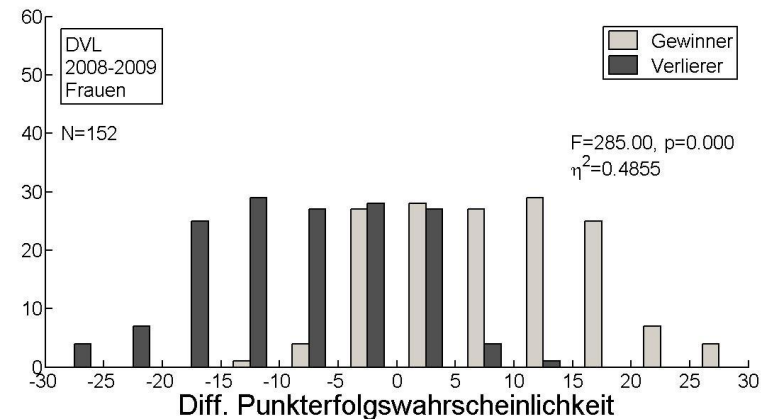
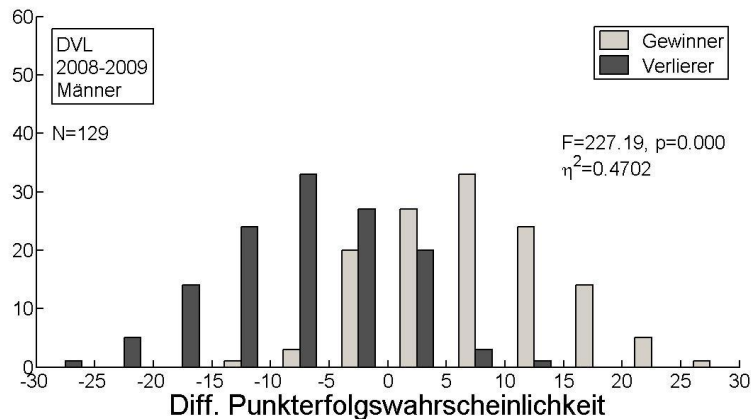
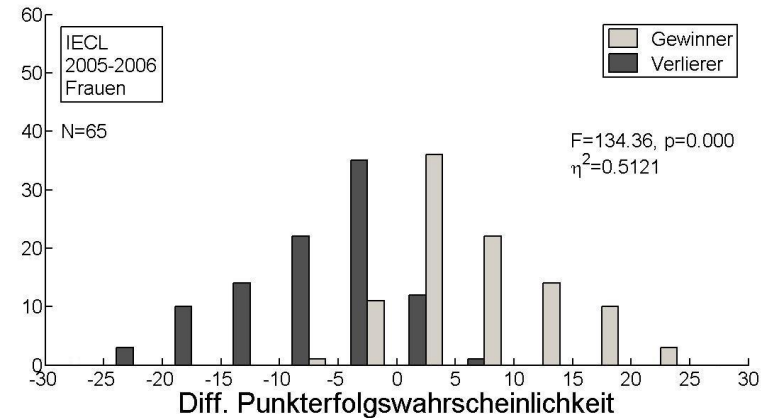
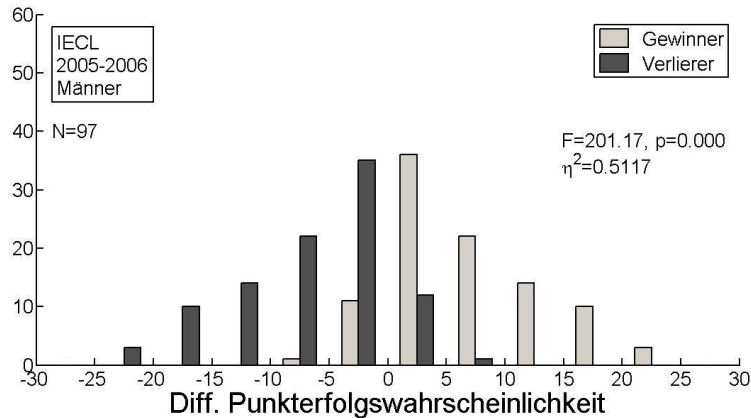
	AufA	AnnA	AbA	ZuA	AngA	BIA	AufB	AnnB	AbB	ZuB	AngB	BIB	PuA	PuB
AufA								■					■	■
AnnA				■	■						■			
AbA				■	■				■		■			■
ZuA					■				■		■			■
AngA									■			■	■	■
BIA			■						■				■	■
AufB		■											■	■
AnnB					■					■	■			
AbB			■		■					■	■		■	
ZuB			■		■						■		■	
AngB			■			■							■	■
BIB			■						■				■	■
PuA													1	
PuB														1

Auf - Aufschlag, Ann - Annahme, Ab - Abwehr, Zu - Zuspiel, Ang - Angriff, BI - Block, Pu - Punktgewinn.
A - Team A, B - Team B.

Modellvalidierung (1)



Modellvalidierung (2)



Modellierung von Leistungsrelevanzen

Def. Leistungsrelevanz (LR): $LR = PEW(\ddot{U}W + \delta \ddot{U}W) - PEW(\ddot{U}W)$

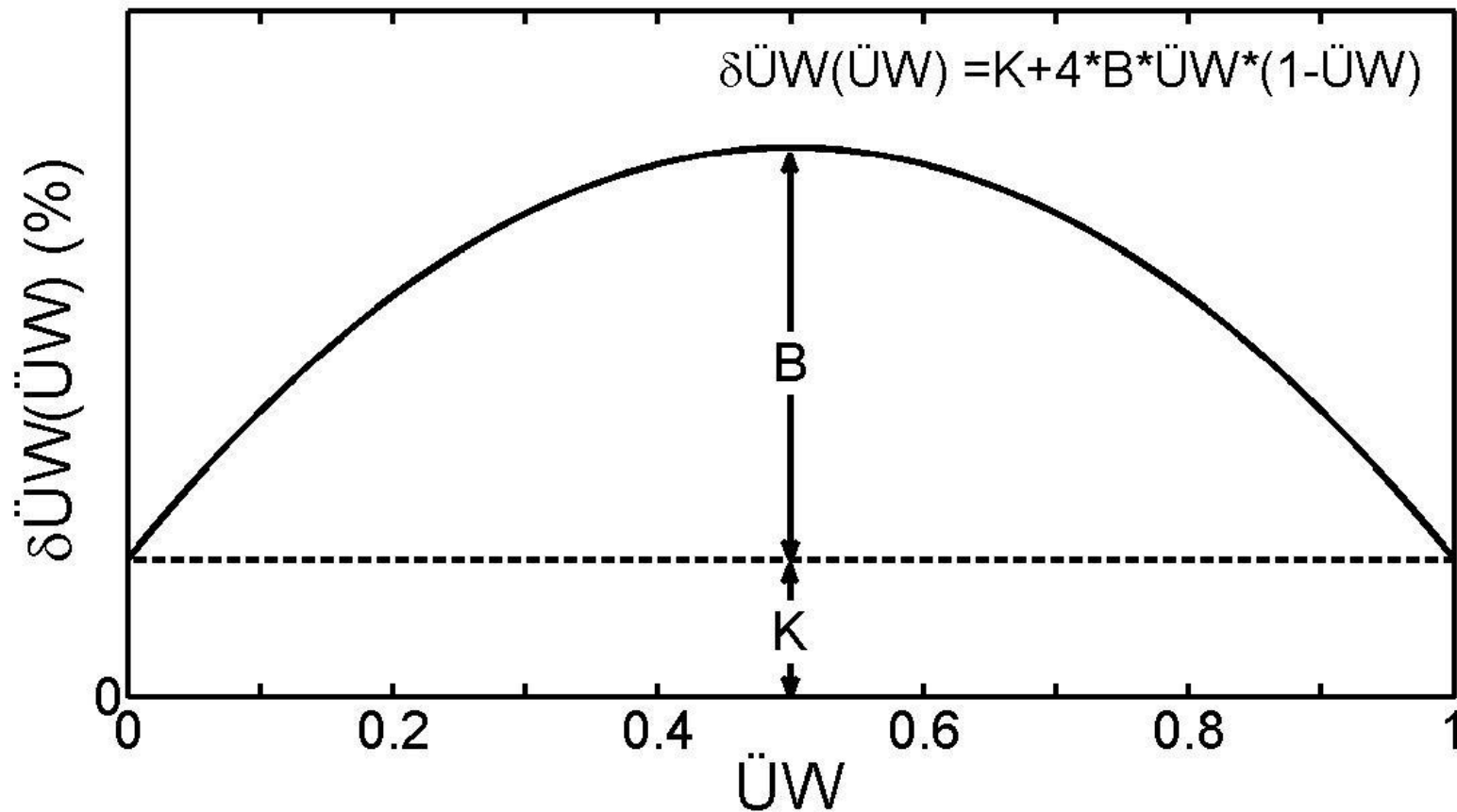
Übergangswahrscheinlichkeit
(A/N, E/N, scr^{II})

Auslenkung der $\ddot{U}W$

Auswertung mit $PEW = \frac{A}{N} + \left(1 - \frac{A}{N} - \frac{E}{N}\right) \cdot scr^{II}$ für $\ddot{U}W = \frac{A}{N}, \frac{E}{N}, scr^{II}$:

$$LR = \begin{cases} (1 - scr^{II}) \cdot \delta \frac{A}{N} & \ddot{U}W = \frac{A}{N} \\ -scr^{II} \cdot \delta \frac{E}{N} & \ddot{U}W = \frac{E}{N} \\ \left(1 - \frac{A}{N} - \frac{E}{N}\right) \cdot \delta scr^{II} & \ddot{U}W = scr^{II} \end{cases}$$

Modellbildung Auslenkung (Lames, 1991)

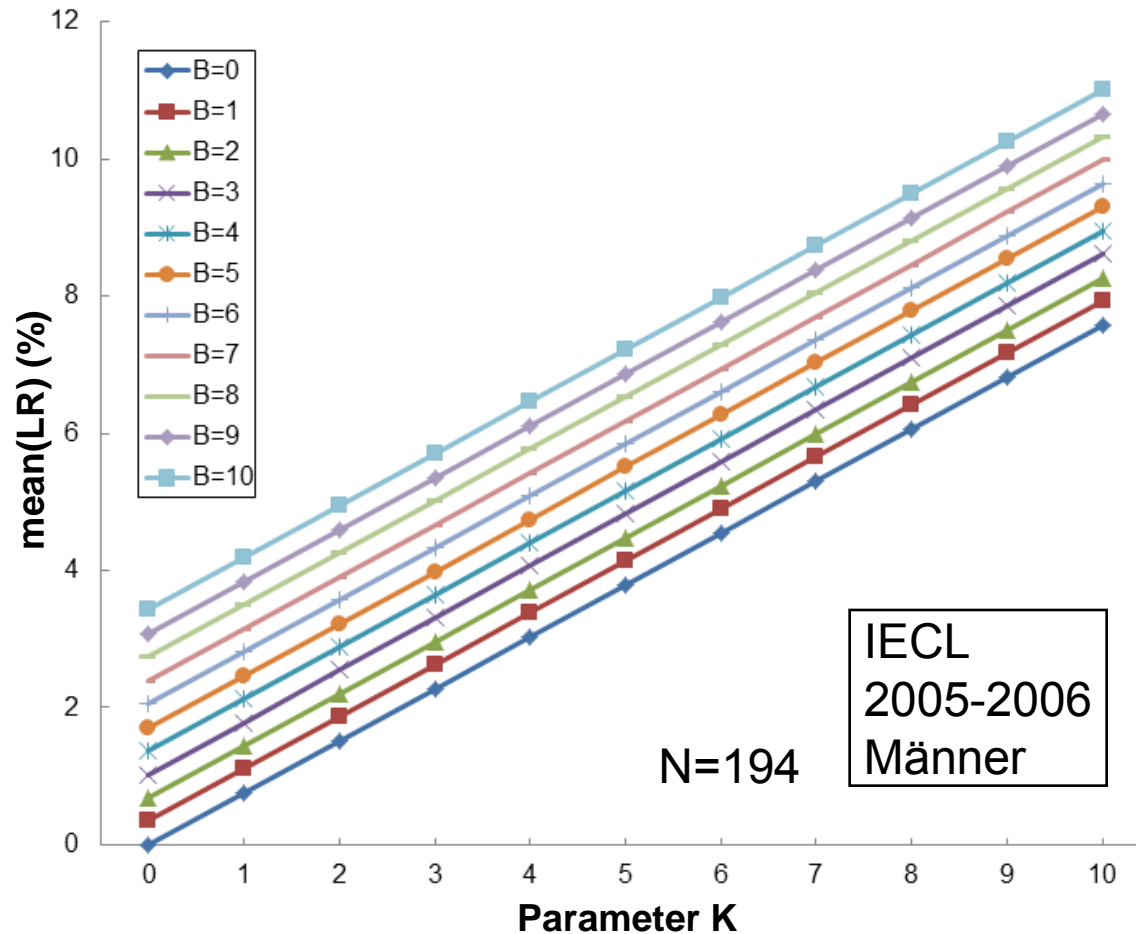


Modell Auslenkung – Wechselwirkung zwischen Auslenkungsparametern

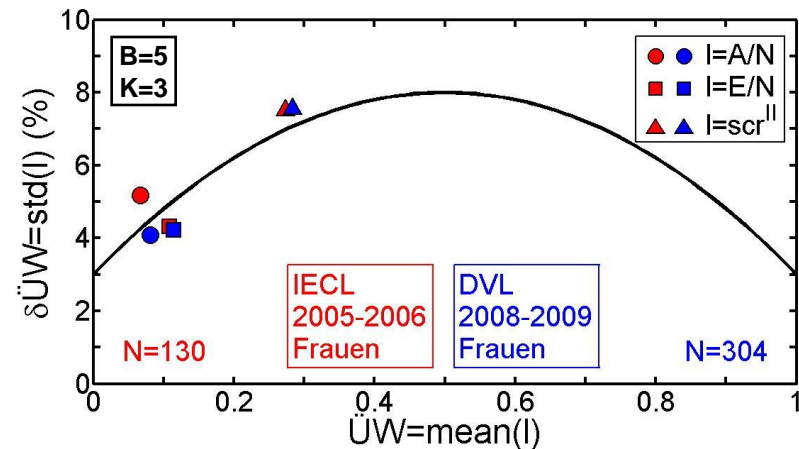
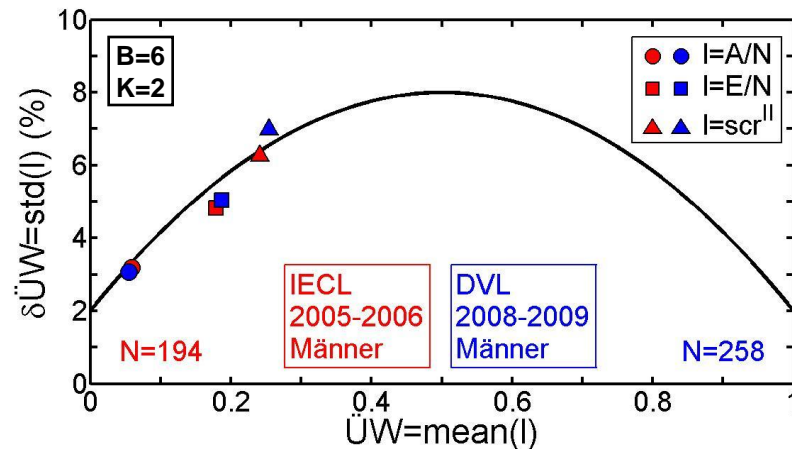
$$\overline{LR} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (LR)_i$$

$$\overline{LR} [\%] = \begin{cases} \left(1 - \overline{scr}^{II}\right) \cdot \overline{K} + \overline{B} \cdot \frac{4}{n} \cdot \sum_{i=1}^n [1 - (scr)_i] \cdot \left(\frac{A}{N}\right)_i \cdot \left[1 - \left(\frac{A}{N}\right)_i\right] & \ddot{U}W = \frac{A}{N} \\ -\overline{scr}^{II} \cdot \overline{K} - \overline{B} \cdot \frac{4}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (scr^{II})_i \cdot \left(\frac{E}{N}\right)_i \cdot \left[1 - \left(\frac{E}{N}\right)_i\right] & \ddot{U}W = \frac{E}{N} \\ \left[1 - \left(\frac{A}{N}\right) - \left(\frac{E}{N}\right)\right] \cdot \overline{K} + \overline{B} \cdot \frac{4}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left[1 - \left(\frac{A}{N}\right)_i - \left(\frac{E}{N}\right)_i\right] (scr^{II})_i \cdot [1 - (scr)_i] & \ddot{U}W = scr^{II} \end{cases}$$

Modell Auslenkung – Wechselwirkung zwischen Auslenkungsparametern am Beispiel Leistungsrelevanz Aufschlag (+)



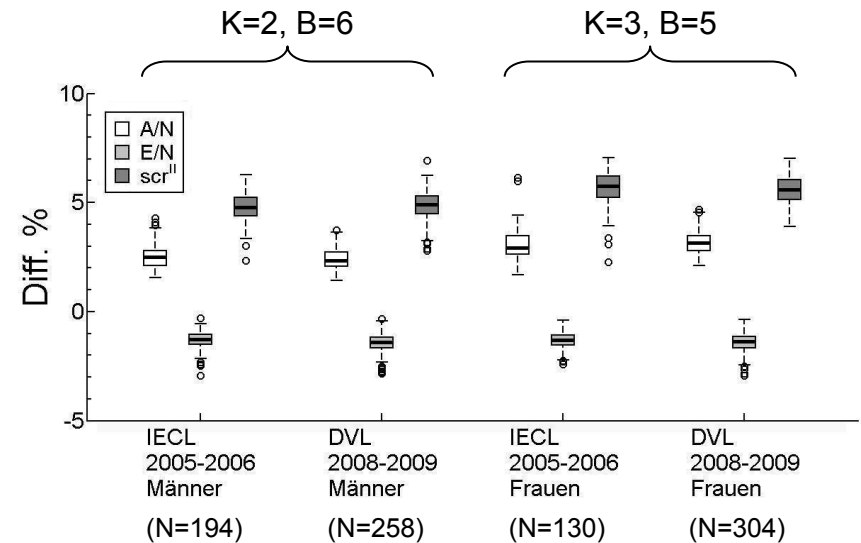
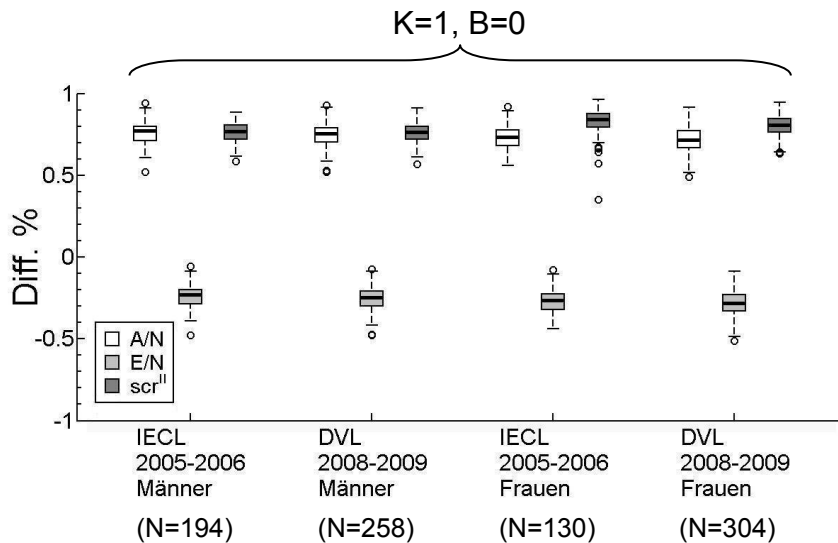
Bestimmung der Auslenkungsparameter



Männer		Parameter B										
Frauen		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Parameter K	0	156.6	124.2	95.7	71.0	50.1	33.1	19.9	10.5	5.0	3.4	5.5
		193.4	159.1	128.4	101.2	77.5	57.3	40.7	27.5	17.9	11.7	9.1
	1	103.8	77.7	55.4	36.9	22.2	11.5	4.5	1.4	2.1	6.7	15.1
		133.6	105.3	80.5	59.2	41.4	27.1	16.3	9.1	5.3	5.1	8.4
	2	63.0	43.1	27.0	14.8	6.4	1.8	1.1	4.2	11.2	22.0	36.7
		85.9	63.5	44.5	29.1	17.2	8.8	4.0	2.6	4.7	10.4	19.6
	3	34.2	20.5	10.7	4.7	2.5	4.2	9.7	19.1	32.3	49.3	70.2
		50.2	33.6	20.6	11.1	5.1	2.6	3.6	8.1	16.2	27.7	42.8
	4	17.4	10.0	6.3	6.6	10.7	18.6	30.3	45.9	65.4	88.7	115.8
		26.5	15.8	8.7	5.0	4.9	8.3	15.2	25.7	39.6	57.1	78.0
	5	12.6	11.4	14.0	20.5	30.8	45.0	62.9	84.8	110.5	140.0	173.3
		14.7	10.0	8.7	11.0	16.8	26.1	38.9	55.2	75.0	98.4	125.3

Summe der Fehlerquadrate (*method of least squares*)

Ergebnisse zur Modellierung von Leistungsrelevanzen



Korrelation (r) zwischen Leistungsrelevanzen (s.o.) und gewichteten Punkten (Meyer, 2010)

	Aufschlag (+)	Aufschlag (-)
IECL 2005-2006 Männer	0.9177	0.9177
DVL 2008-2009 Männer	0.8850	0.8850
IECL 2005-2006 Frauen	0.9450	0.9450
DVL 2008-2009 Frauen	0.8491	0.8491

Fehlerquellen in der Modellierung von Leistungsrelevanzen

Auslenkung einer ÜW muss kompensiert werden (\Rightarrow Knotenregel) !

Übergang	Kompensation		
	einfach (1) (sachlogisch)	einfach (2)	zweifach (gleichmäßig)
Aufschlag _A (+)	$\delta q_{1,2} = -\delta \ddot{U}W$	$\delta r_{1,2} = -\delta \ddot{U}W$	$\delta q_{1,2} = -0.5 \cdot \delta \ddot{U}W$, $\delta r_{1,2} = -0.5 \cdot \delta \ddot{U}W$
Aufschlag _A (-)	$\delta q_{1,2} = -\delta \ddot{U}W$	$\delta r_{1,1} = -\delta \ddot{U}W$	$\delta q_{1,2} = -0.5 \cdot \delta \ddot{U}W$, $\delta r_{1,1} = -0.5 \cdot \delta \ddot{U}W$
Weiterspielen (+) (Aufschlag _A)	$\delta r_{2,2} = -\delta \ddot{U}W$	---	---

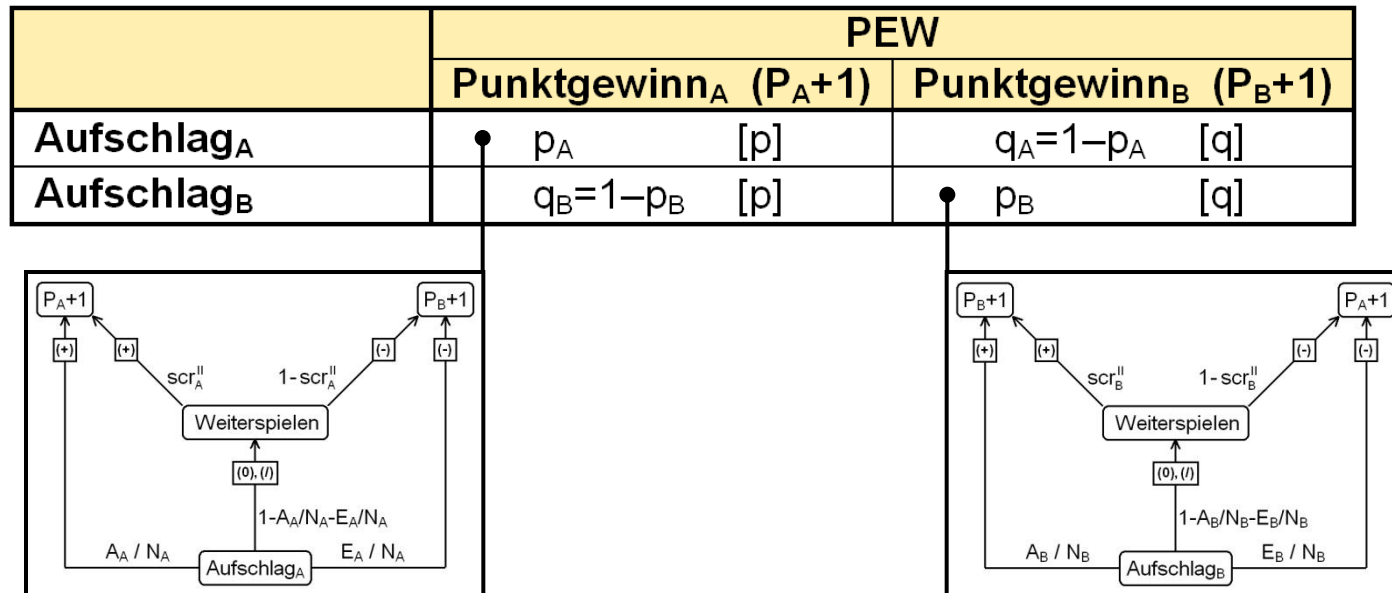
Kompensationsmöglichkeiten – $q_{i,j}$, $r_{i,j}$: Elemente der Übergangsmatrix P

Übergang	Kompensation		
	einfach (1) (sachlogisch)	einfach (2)	zweifach (gleichmäßig)
Aufschlag _A (+)	0	$\text{scr}_A^{\text{II}} / (1 - \text{scr}_A^{\text{II}})$	$0.5 \cdot \text{scr}_A^{\text{II}} / (1 - \text{scr}_A^{\text{II}})$
Aufschlag _A (-)	0	$(1 - \text{scr}_A^{\text{II}}) / \text{scr}_A^{\text{II}}$	$0.5 \cdot (1 - \text{scr}_A^{\text{II}}) / \text{scr}_A^{\text{II}}$
Weiterspielen (+) (Aufschlag _A)	0	---	---

Rel. Fehler bei Berechnung von Leistungsrelevanzen

II. Von der PEW zur Satzerfolgswahrscheinlichkeit (SEW)

Modellierung einer Rally



Modellierung eines Satzes gemäß o.a. Modell (*u.i.v-Punkte*) unter Berücksichtigung des Rally-Point-Scoring-Systems (Regel 6.2, 6.3.2)
 (MATLAB-Programm auf Grundlage eines Codes von Mittendorfer (2009)
 (Monte-Carlo Methode))

Modellbildung (u.i.v. Punkte)

Aspekte in Untersuchungen zur Modellierung eines Satzes im Volleyball mittels Markov-Ketten-Modellen (u.i.v. Punkte):

- Eigenschaften von Zählsystemen — Fellingham et al. (1994)
- Empirische Validierung — Calhoun et al. (2002)
Kovacs (2009)
- Kovacs (2009)

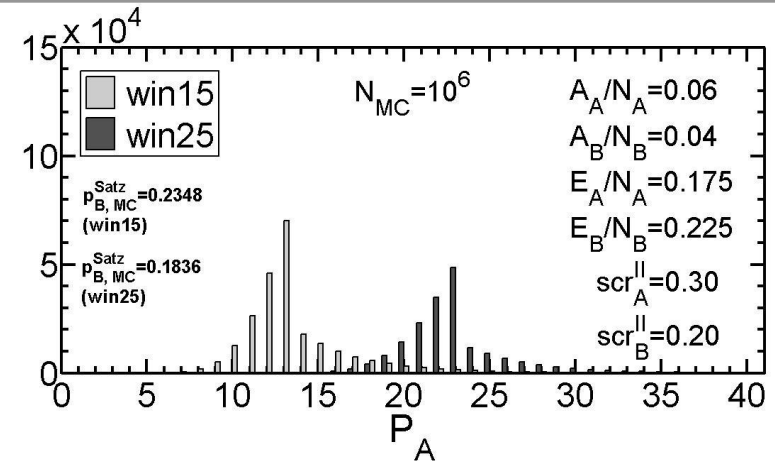
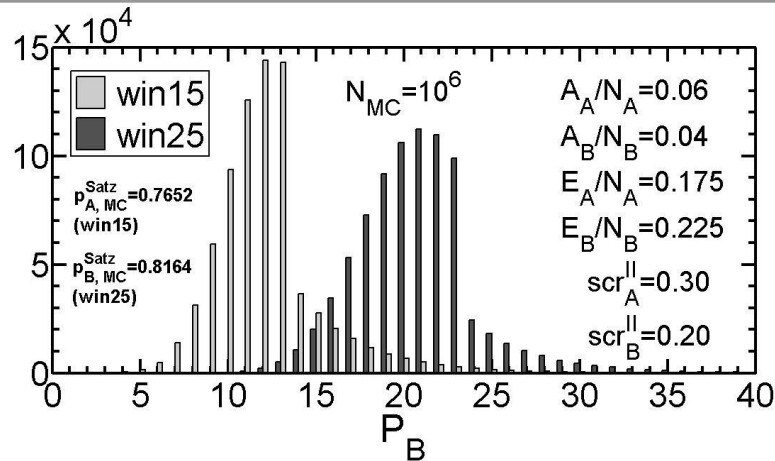
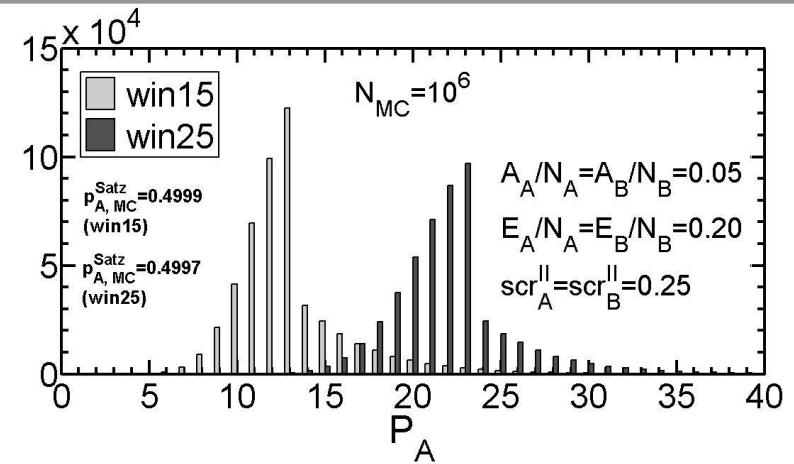
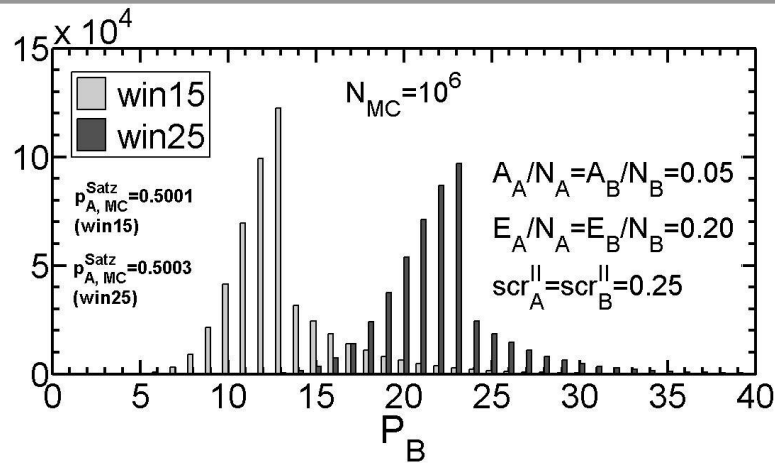
Diskussion zu Annahmen in Modellbildung (vgl. Tennis):

**Are Points in Tennis Independent and Identically Distributed?
Evidence From a Dynamic Binary Panel Data Model**

(Klaassen & Magnus, JASA 2001, Vol. 96(454), pp. 500-509)

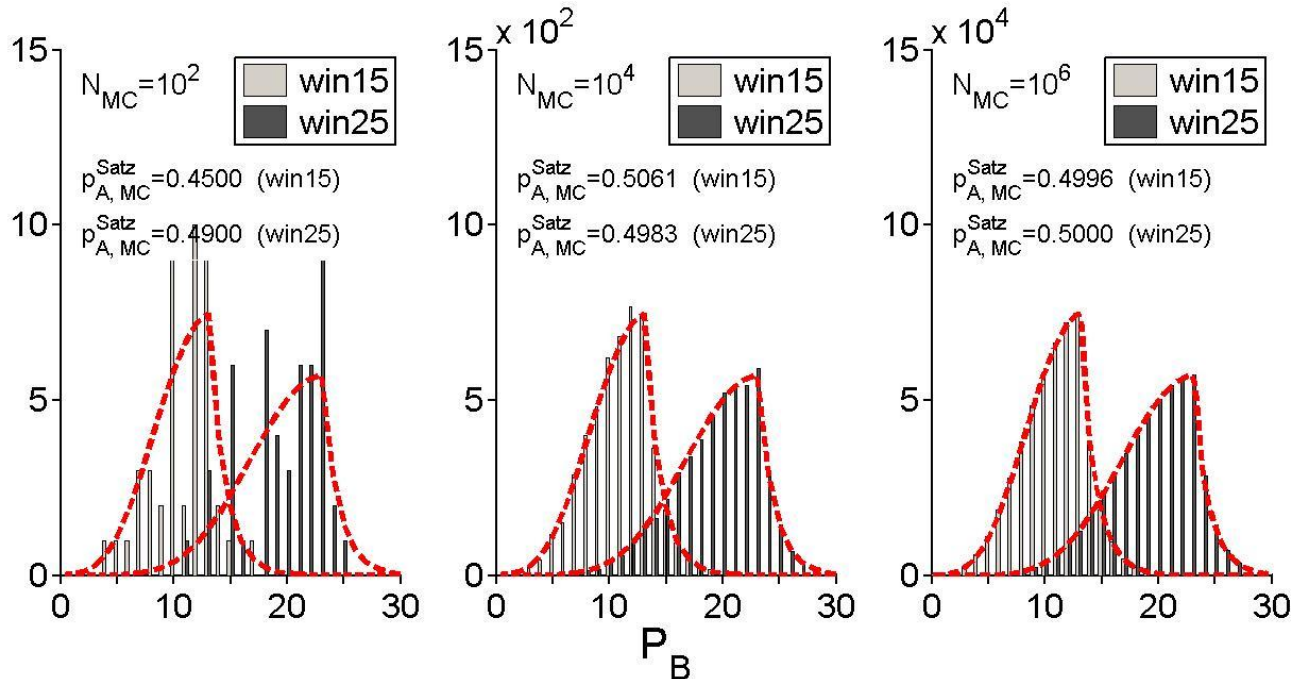
⇒ Einfluss von non-i.i.d.-Effekten sehr gering

Beispiele für Ergebnisse aus numerischen Berechnungen der Punkteverteilung am Satzende und der SEW



Qualitative Eigenschaften eines allg. Verfahrens zur Berechnung der Punkteverteilung am Satzende und der SEW (1)

p=q=0.50



Kurven (win15):

$$p_{Ergebnis}^{Satz}(15:n) = \binom{14+n}{n} \cdot p^{15} \cdot q^n, \quad n \leq 13$$

$$p_{Ergebnis}^{Satz}((n+2):n) = \binom{28}{14} \cdot p^{16} \cdot q^{14} \cdot (2 \cdot p \cdot q)^{n-14}, \quad n \geq 14$$

(Meyer, 2007)

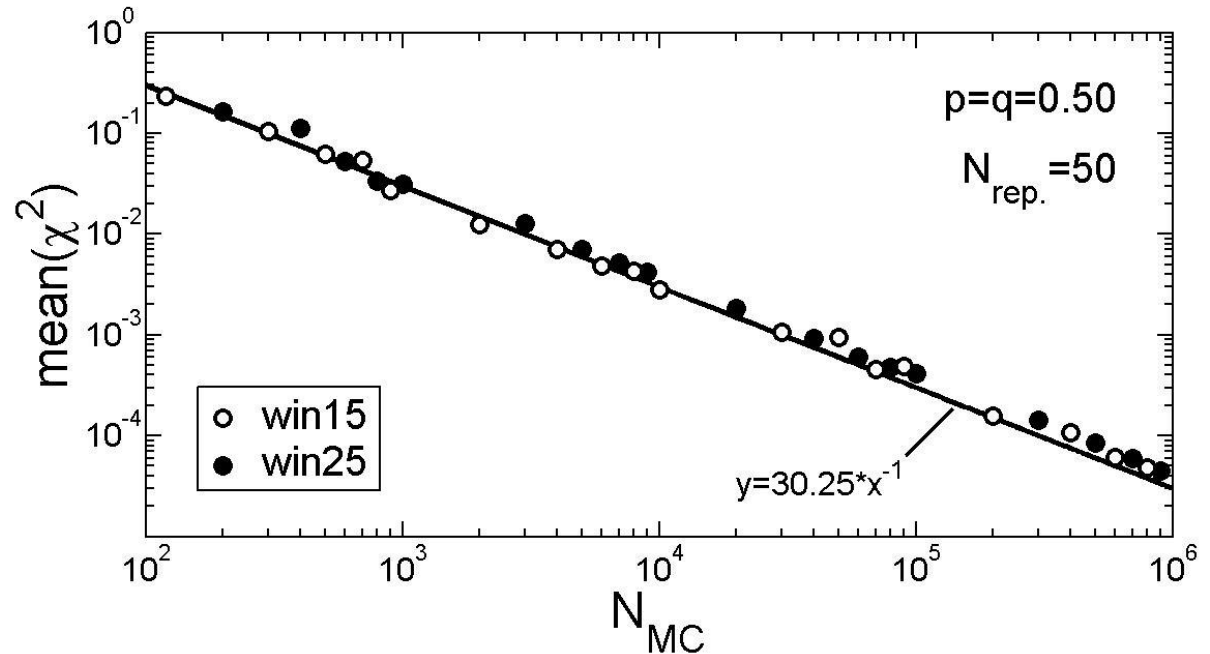
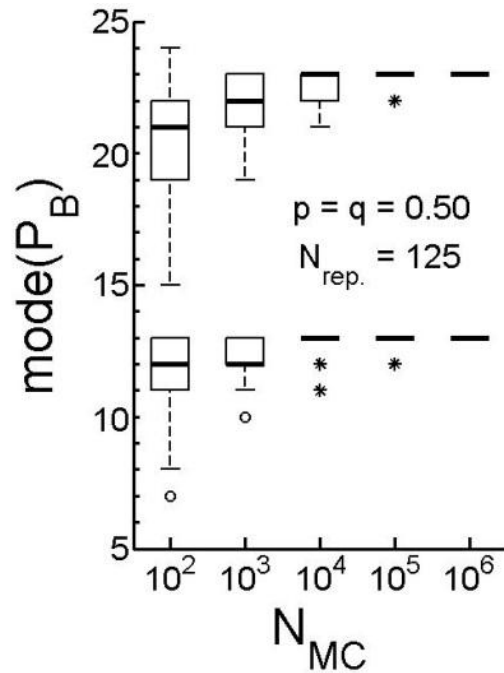
Kurven (win25):

$$p_{Ergebnis}^{Satz}(25:n) = \binom{24+n}{n} \cdot p^{25} \cdot q^n, \quad n \leq 23$$

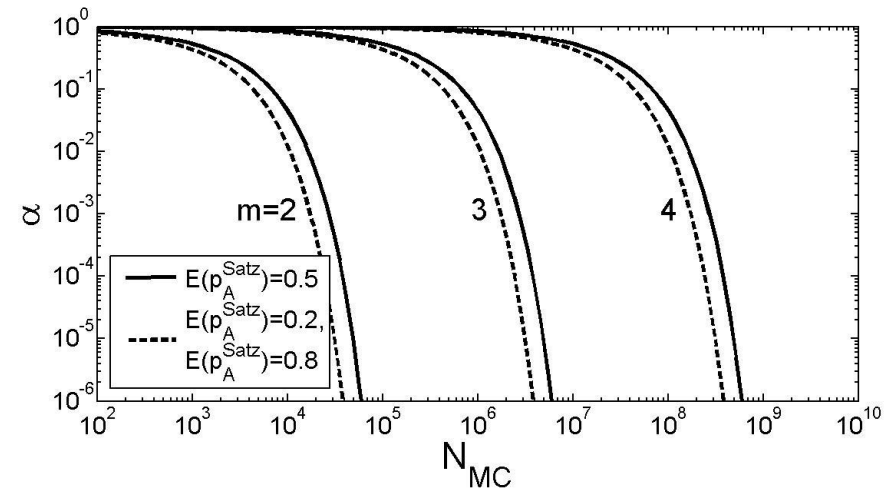
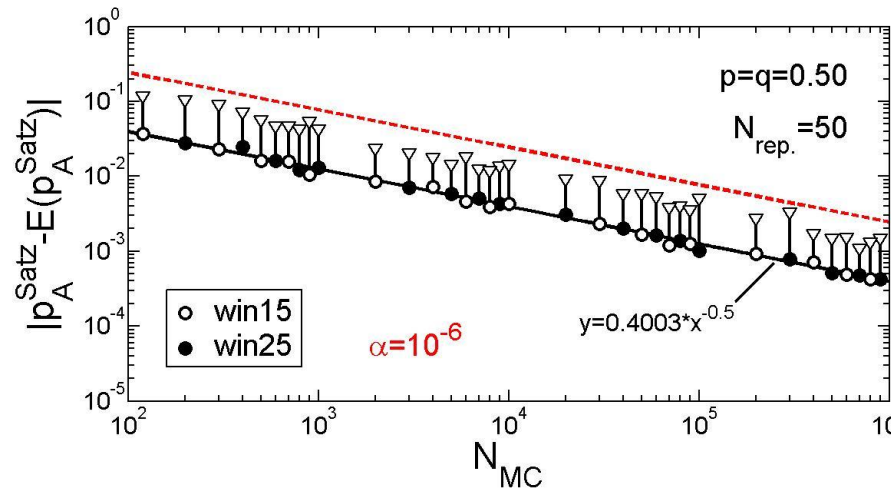
$$p_{Ergebnis}^{Satz}((n+2):n) = \binom{48}{24} \cdot p^{26} \cdot q^{24} \cdot (2 \cdot p \cdot q)^{n-24}, \quad n \geq 24$$

(Meyer, 2007)

Qualitative Eigenschaften eines allg. Verfahrens zur Berechnung der **Punkteverteilung am Satzende** und der SEW (2)



Qualitative Eigenschaften eines allg. Verfahrens zur Berechnung der Punkteverteilung am Satzende und der **SEW** (3)



$$\left| p_A^{\text{Satz}} - E(p_A^{\text{Satz}}) \right| = \Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N_{MC}}}$$

Φ : Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \Phi \left(\frac{\sqrt{N_{MC}} \cdot 10^{-m}}{\sigma} \right)$$

Grundgesamtheit
(Bernoulli-Verteilung)

$$\mu = E(p_A^{\text{Satz}})$$

$$\sigma = \sqrt{E(p_A^{\text{Satz}}) \cdot (1 - E(p_A^{\text{Satz}}))}$$

CLT

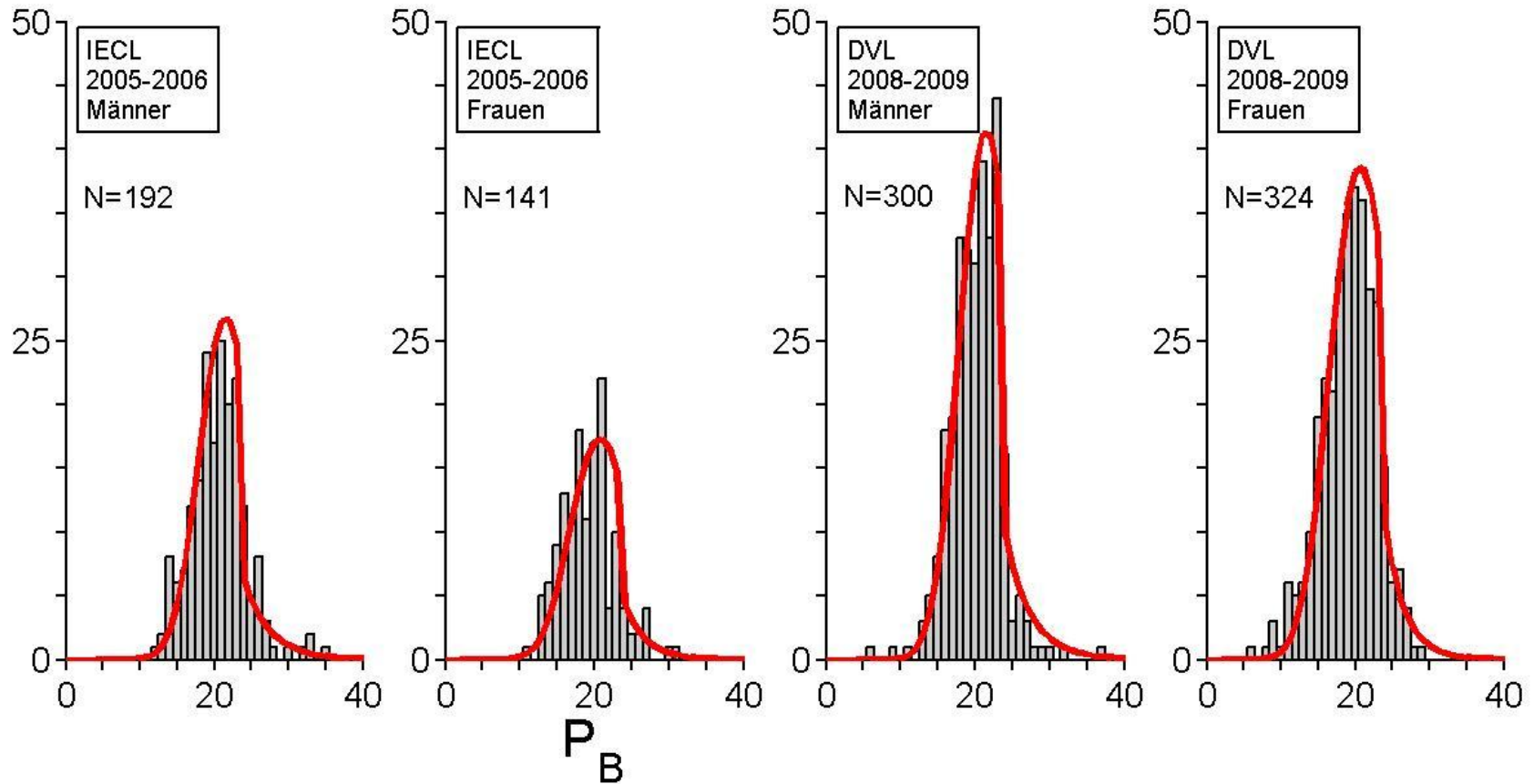


Stichprobe
(Normalverteilung)

$$f(p_A^{\text{Satz}}) = N \left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{N_{MC}}} \right), \quad f \left(\frac{p_A^{\text{Satz}} - \mu}{\sigma / \sqrt{N_{MC}}} \right) = N(0, 1)$$

Modellvalidierung

(empirisch vs. theoretisch win25 (graphische Auswertung))



Modellvalidierung

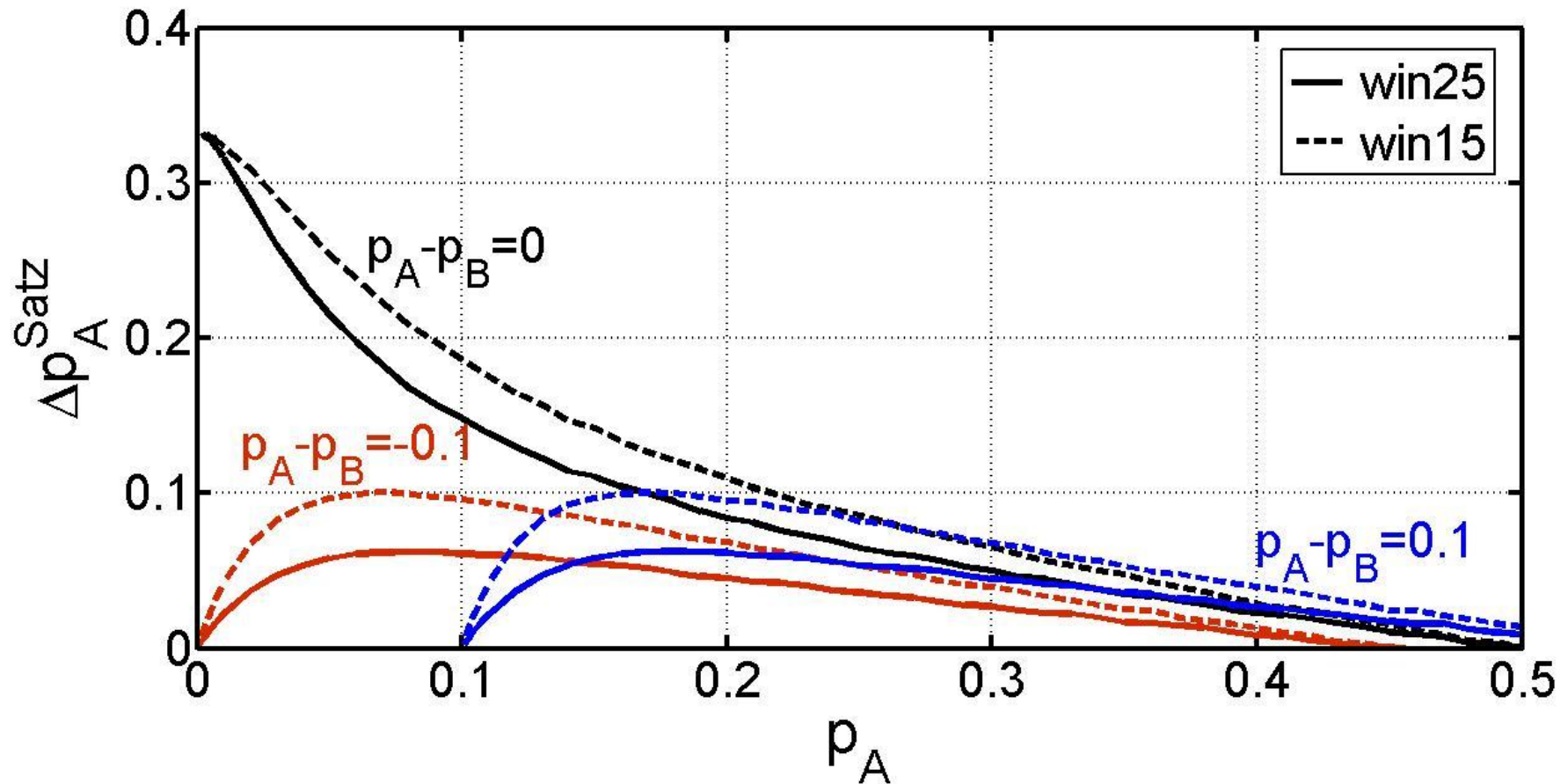
(empirisch vs. theoretisch win25 (statistische Auswertung))

		mean \pm std		t-Test	
		empirisch	Monte Carlo ($N_{MC}=10^7$)		
IECL 2005-2006	Männer	21.1445 \pm 3.8182	20.8283 \pm 3.4927	t=0.8466	p=0.398
	Frauen	19.8280 \pm 3.6394	20.0275 \pm 3.4744	t=0.4708	p=0.638
DVL 2008-2009	Männer	20.8442 \pm 3.4432	20.7756 \pm 3.4846	t=0.2425	p=0.808
	Frauen	19.9529 \pm 3.8542	19.8843 \pm 3.4943	t=0.2373	p=0.812

		Chi-Quadrat-Test		KS-Test		
IECL 2005-2006	Männer	$X^2(9, N=192)=0.088$	1-p=1.45E-08	$ D_{max} =0.04796$	Z=0.6646	p=0.827
	Frauen	$X^2(8, N=141)=0.00053$	1-p=2.05E-16	$ D_{max} =0.1280$	Z=1.520	p=0.0196
DVL 2008-2009	Männer	$X^2(10, N=300)=0.027$	1-p=3.69E-12	$ D_{max} =0.06200$	Z=1.074	p=0.199
	Frauen	$X^2(12, N=324)=0.017$	1-p=5.20E-16	$ D_{max} =0.06829$	Z=1.229	p=0.0974

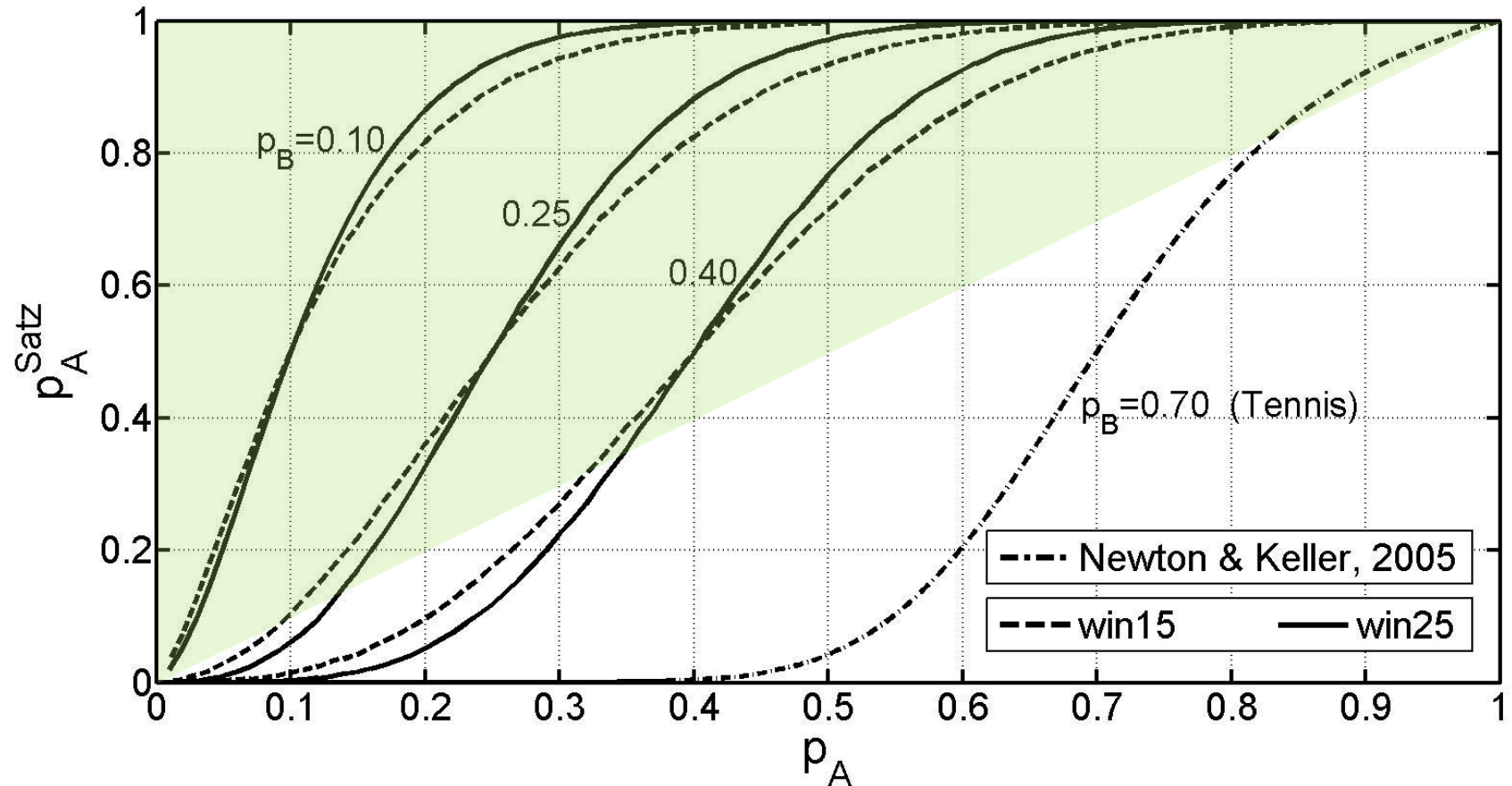
Auswirkungen von Regel 7.1.2.1 (ersten Aufschlag ausführen / annehmen) auf die SEW

(für einen Überblick vgl. Fellingham et al., 1994; Lee & Chin, 2004)



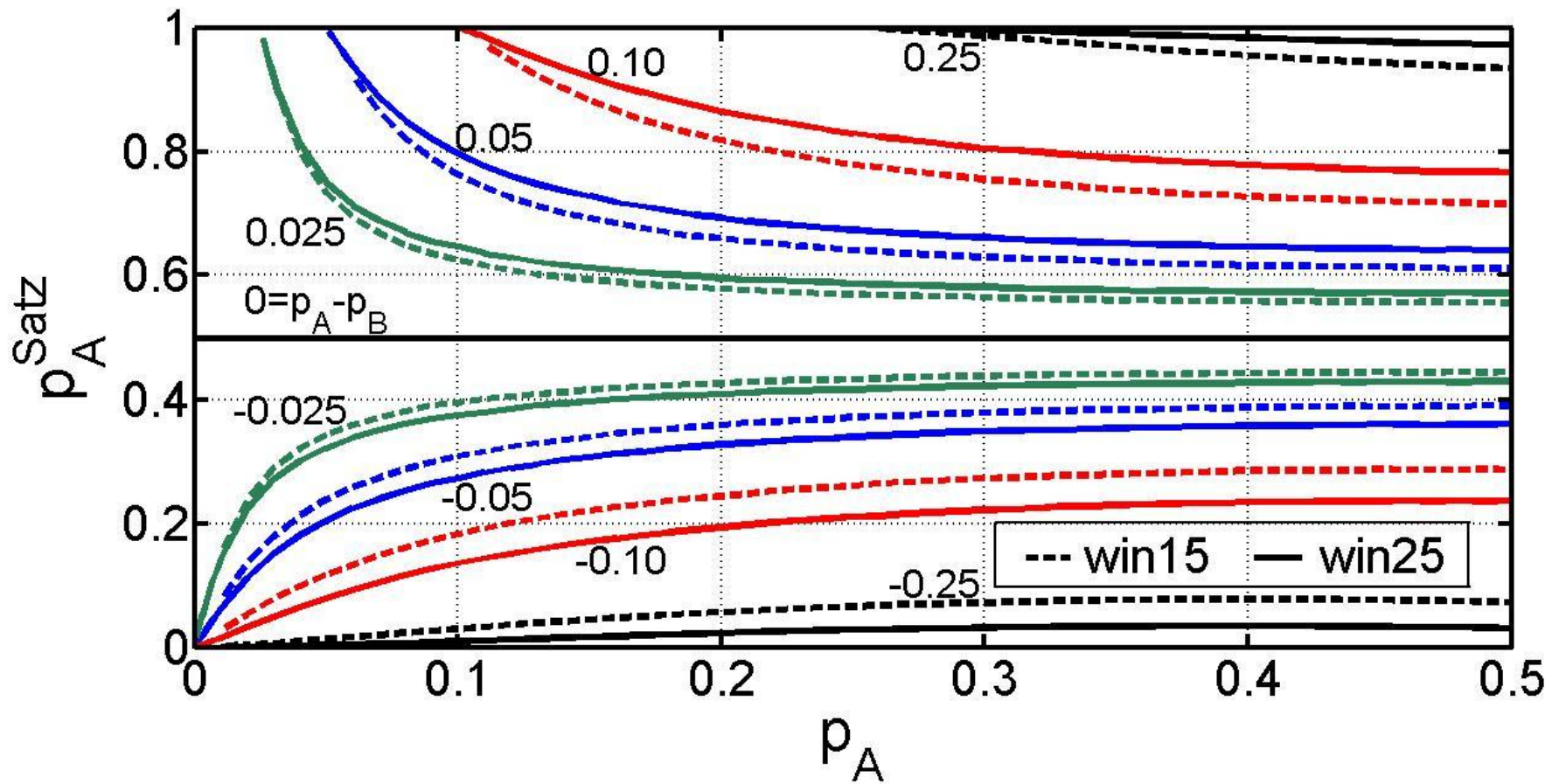
Δp_A^{Satz} = SEW Team A, das ersten Aufschlag annimmt
- SEW Team A, das ersten Aufschlag ausführt

SEW in Abhängigkeiten von PEWen (1)

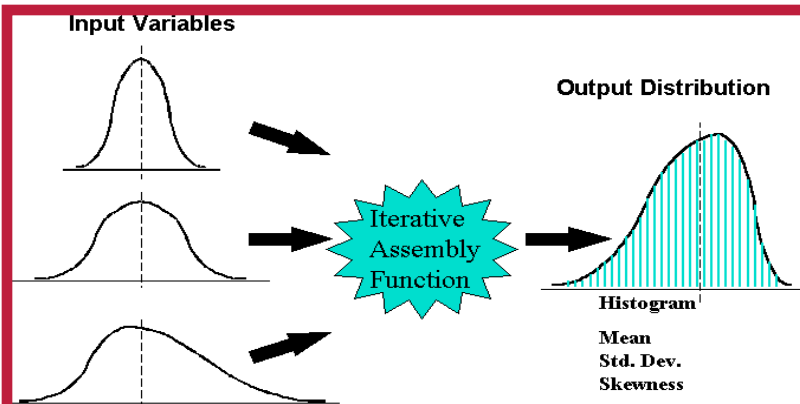
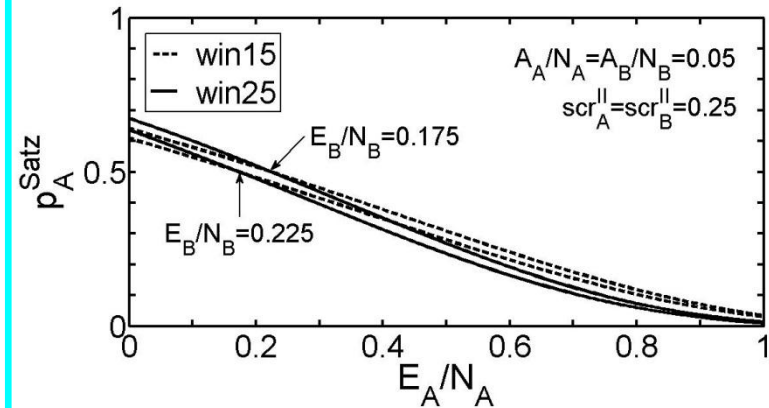
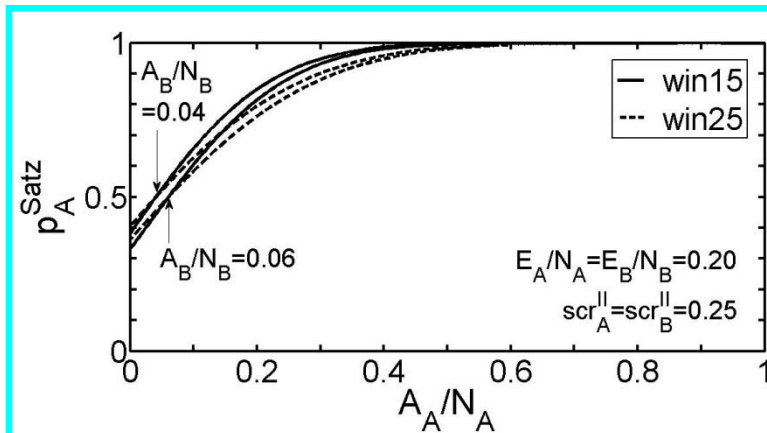


 Bereich mit Verstärkungseffekt ($p_A^{\text{Satz}} \geq p_A$)

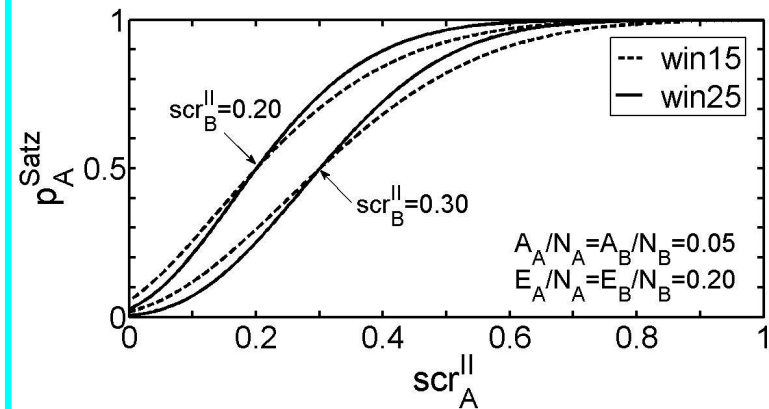
SEW in Abhängigkeiten von PEWen (2)



Einfluss von Leistungsschwankungen in Punktelementen auf die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der SEW

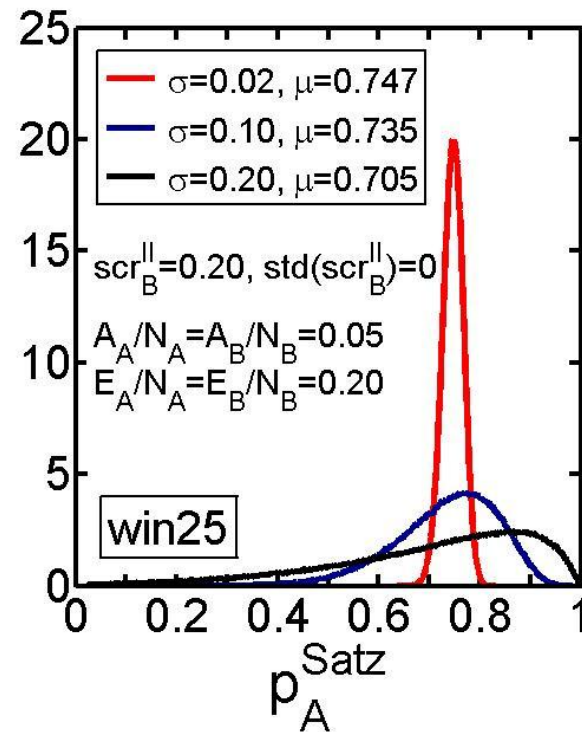
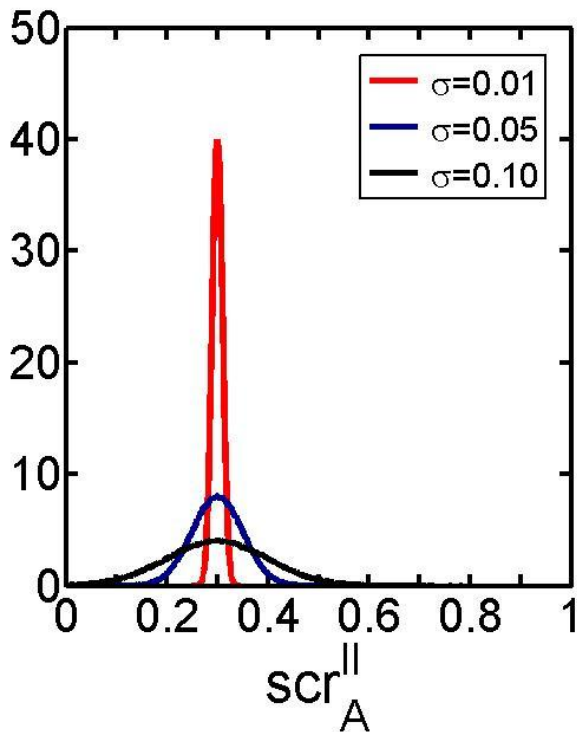


Modellbildung



Iterative AssemblyFunction:
Gütefunktion, bspw. $p_A^{Satz} = f(A_A / N_A)$

Modellierung des Einflusses von gaußverteilten Leistungsschwankungen in einem Punktelement (scr^{II}) auf die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der SEW

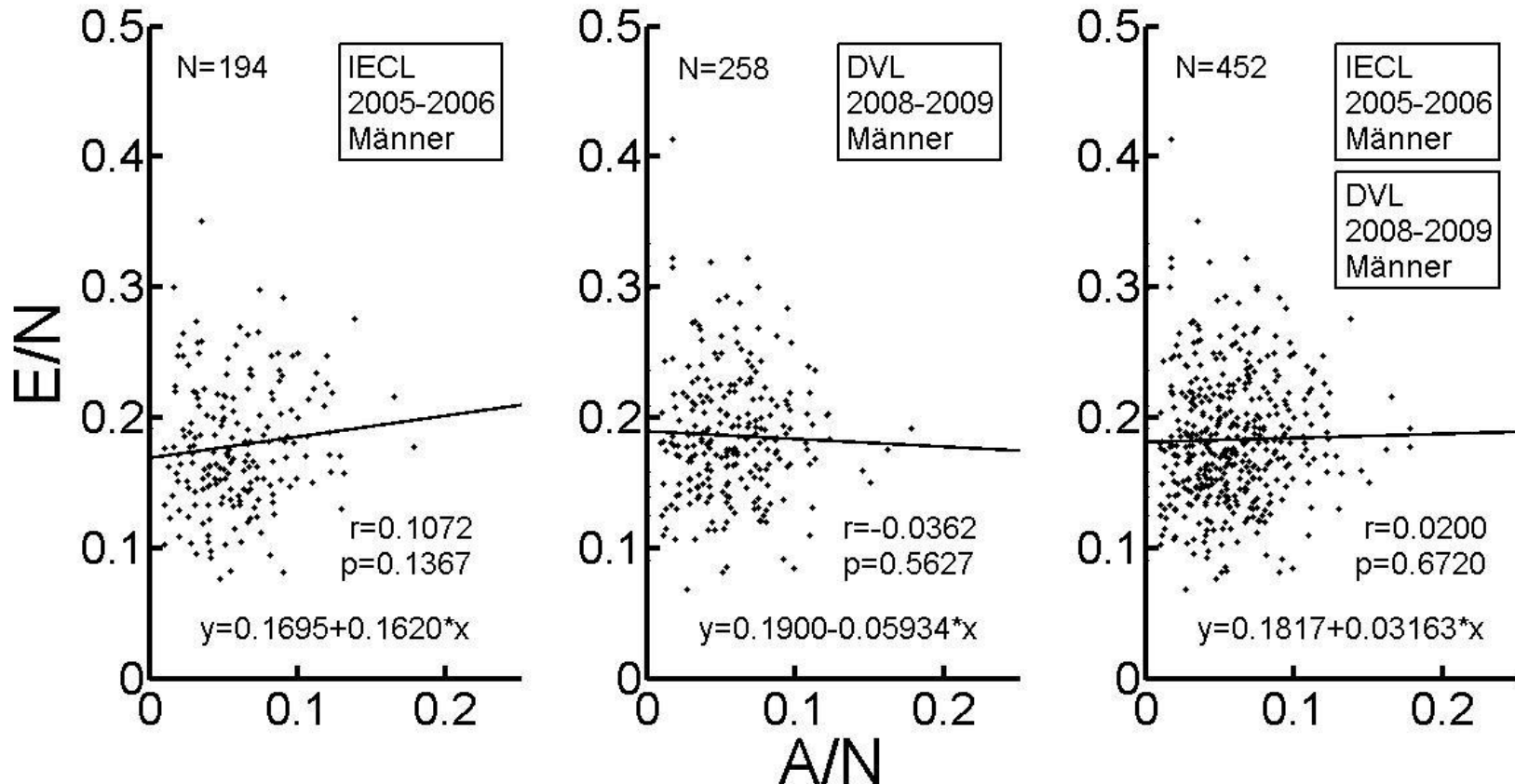


Generierung von scr^{II} -Werten im Intervall $[0, 1]$ durch Erzeugung von speziellen Pseudozufallszahlen

Abtastung der Gütefunktion bzw. einer entsprechenden Polynomapproximation mit scr^{II} -Werten

Darstellung der zugehörigen p^{Satz} -Werte (Funktionswerte) im Histogramm und Datenauswertung

Streudiagramme zur Korrelation zwischen Leistungen in Punktelementen am Beispiel von zwei Anteilen (A/N, E/N) im Element Aufschlag



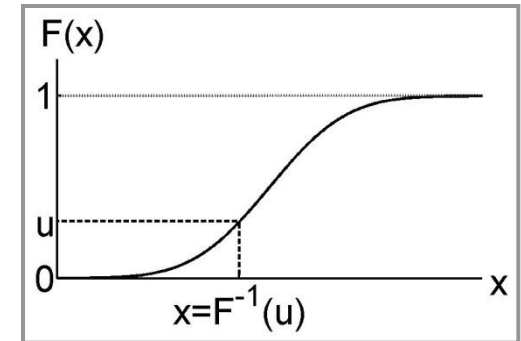
Erzeugung von Pseudozufallszahlen mit trunkierter Normalverteilung (Inversionsmethode)

Prinzip der Inversionsmethode: (bspw. Gentle, 2000, S. 42 ff.)

$$F(x) \equiv u \quad \Leftrightarrow \quad x = F^{-1}(u)$$

$F(x)$: Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen x

u : gleichverteilte Pseudozufallszahl ($u \sim U[0, 1]$)



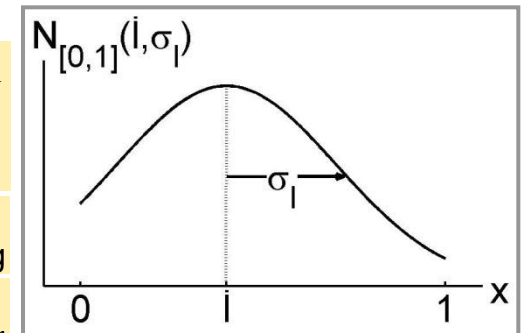
Anwendung:

$$x \sim N_{[0,1]}(\bar{l}, \sigma_l) = \frac{1}{\sigma_l} \cdot \frac{\phi(x)}{\Phi\left(\frac{1-\bar{l}}{\sigma_l}\right) - \Phi\left(\frac{-\bar{l}}{\sigma_l}\right)},$$

$$l = \frac{A_A}{N_A}, \quad \frac{E_A}{N_A}, \quad scr_A^{II}$$

ϕ : Dichtefunktion der Standardnormalverteilung

Φ : Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

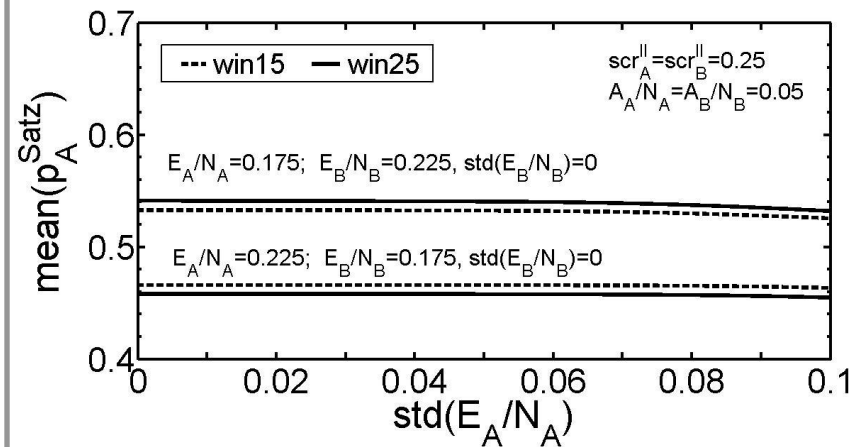
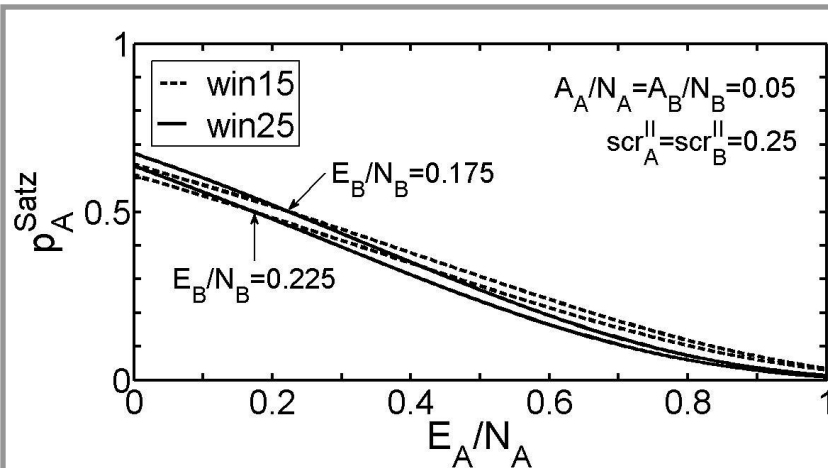
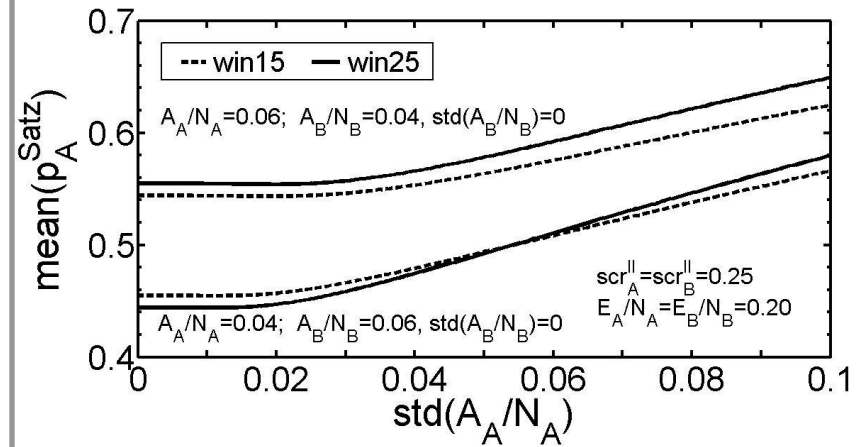
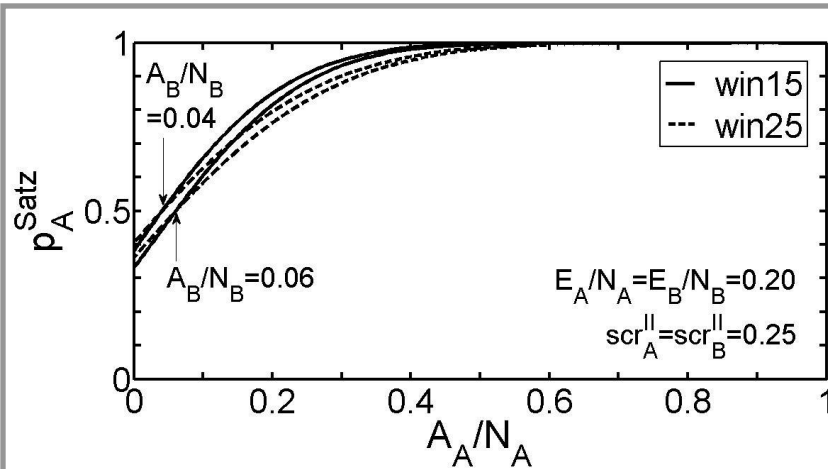


$$F(x) = \frac{\Phi\left(\frac{x-\bar{l}}{\sigma_l}\right) - \Phi\left(\frac{-\bar{l}}{\sigma_l}\right)}{\Phi\left(\frac{1-\bar{l}}{\sigma_l}\right) - \Phi\left(\frac{-\bar{l}}{\sigma_l}\right)} \equiv u$$

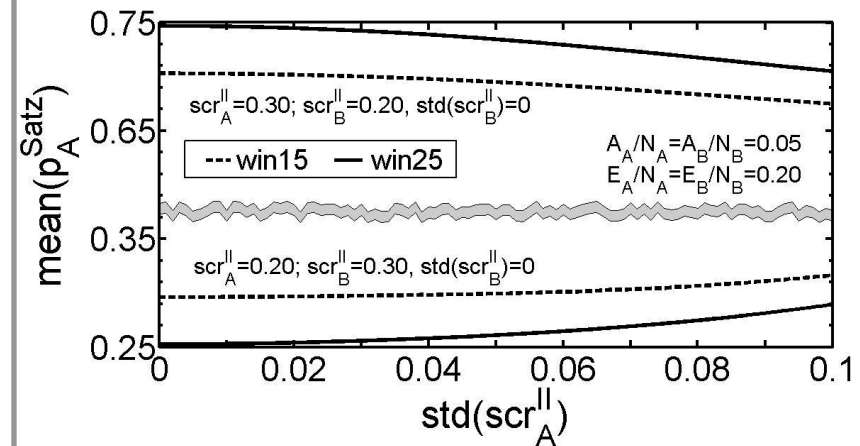
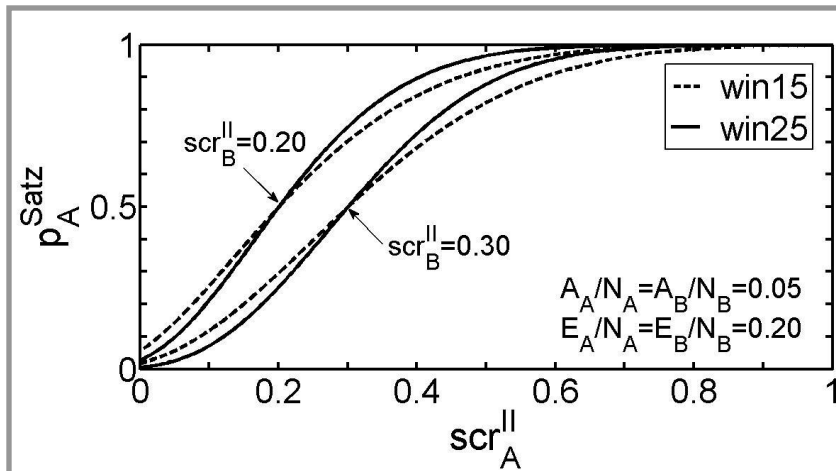
\Leftrightarrow

$$x = \bar{l} + \sigma_l \cdot \Phi^{-1}\left(u \cdot \Phi\left(\frac{1-\bar{l}}{\sigma_l}\right) + (1-u) \cdot \Phi\left(\frac{-\bar{l}}{\sigma_l}\right)\right)$$

Ergebnisse aus numerischen Untersuchungen zum Einfluss von Leistungsschwankungen in Punktelementen auf die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der SEW (a)-(b)



Ergebnisse aus numerischen Untersuchungen zum Einfluss von Leistungsschwankungen in Punktelementen auf die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der SEW (c)



Modellmodifikation unter Berücksichtigung ausgewählter Effekte nicht-u.i.v. Punkte

Volleyball:

keine Untersuchungen zur Modellbildung von/mit Effekten nicht-u.i.v. Punkte

Tennis:

Modelle von Newton & Aslam (2006) und Bender (2009), die berücksichtigen

- Wichtigkeit von Punkten (Morris, 1977)
- Hot-Hand-Effekt
- Back-to-the-Wall-Effekt



Vergleich des Einflusses von Hot-Hand-Effekt und Back-to-the-Wall-Effekt auf die SEW

Modellierung Hot-Hand-Effekt:

$$\text{ersetze } scr_A^{II} \text{ durch } scr_{hot-hand}^{II} = \begin{cases} scr_A^{II} & \text{erster Spielzug im Satz, Aufschlag A} \\ scr_A^{II} + \Delta scr^{II} & \text{sonst} \end{cases}$$


Modellierung Back-to-the-Wall-Effekt:

$$\text{ersetze } scr_B^{II} \text{ durch } scr_{back-to-the-wall}^{II} = \begin{cases} scr_B^{II} & \text{erster Spielzug im Satz, Aufschlag B} \\ scr_B^{II} - \Delta scr^{II} & \text{sonst} \end{cases}$$

Ergebnisse aus Monte-Carlo Simulationen ($N_{MC}=10^7$)

	win15			win25		
	p_A^{Satz} mit Effekt	p_A^{Satz} ohne Effekt	Δp_A^{Satz} [%]	p_A^{Satz} mit Effekt	p_A^{Satz} ohne Effekt	Δp_A^{Satz} [%]
Hot-Hand-Effekt	0.5996	0.5000	9.96	0.6244	0.5000	12.44
Back-to-the-Wall-Effekt	0.6063	0.5000	10.63	0.6321	0.5000	13.21

$$A_A / N_A = A_B / N_B = 0.05, \quad E_A / N_A = E_B / N_B = 0.20, \quad scr_A^{II} = scr_B^{II} = 0.25; \\ \Delta scr^{II} = 0.05.$$

(vgl. Newton & Aslam, 2006) 

Einfluss des Hot-Hand-Effektes auf die SEW für verschiedene Werte von Spielstärkeparametern

$$TT \triangleright T : (P_A + 1) \text{ 2x in Folge} \Rightarrow (P_A + 1)$$

Modellierung Hot-Hand-Effekt: $TTT \triangleright T : (P_A + 1) \text{ 2x in Folge} \Rightarrow (P_A + 1)$

$$TTTT \triangleright T : (P_A + 1) \text{ 2x in Folge} \Rightarrow (P_A + 1)$$

Ergebnisse aus Monte-Carlo Simulationen ($N_{MC}=10^7$)

TT>T TTT>T TTTT>T	win15			win25		
	p_A^{Satz}	p_A^{Satz}	Δp_A^{Satz} [%]	p_A^{Satz}	p_A^{Satz}	Δp_A^{Satz} [%]
	mit hot-hand	ohne hot-hand		mit hot-hand	ohne hot-hand	
a)	0.5663	0.5000	6.63	0.5882	0.5000	8.82
	0.5154		1.54	0.5206		2.06
	0.5031		0.31	0.5043		0.43
b)	0.8095	0.7657	4.38	0.8658	0.8169	4.89
	0.7766		1.09	0.8293		1.24
	0.7680		0.23	0.8193		0.24
c)	0.2906	0.2342	5.64	0.2517	0.1831	6.86
	0.2453		1.11	0.1975		1.44
	0.2363		0.21	0.1856		0.25

- a) $A_A / N_A = 0.05$, $A_B / N_B = 0.05$, $E_A / N_A = 0.20$, $E_B / N_B = 0.20$, $scr_A^{\parallel} = 0.25$, $scr_B^{\parallel} = 0.25$;
 b) $A_A / N_A = 0.06$, $A_B / N_B = 0.04$, $E_A / N_A = 0.175$, $E_B / N_B = 0.225$, $scr_A^{\parallel} = 0.30$, $scr_B^{\parallel} = 0.20$;
 c) $A_A / N_A = 0.04$, $A_B / N_B = 0.06$, $E_A / N_A = 0.225$, $E_B / N_B = 0.175$, $scr_A^{\parallel} = 0.20$, $scr_B^{\parallel} = 0.30$.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit !



internet (preprint):
<http://www.digibib.tubs.de/...>

bernd.meyer@tu-bs.de

Ergebnisse aus numerischen wahrscheinlichkeitstheoretischen Untersuchungen von Punkteständen zur

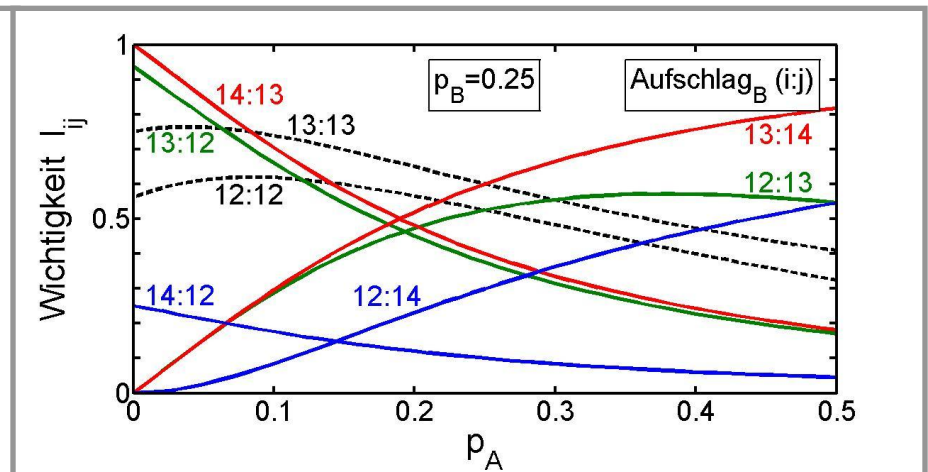
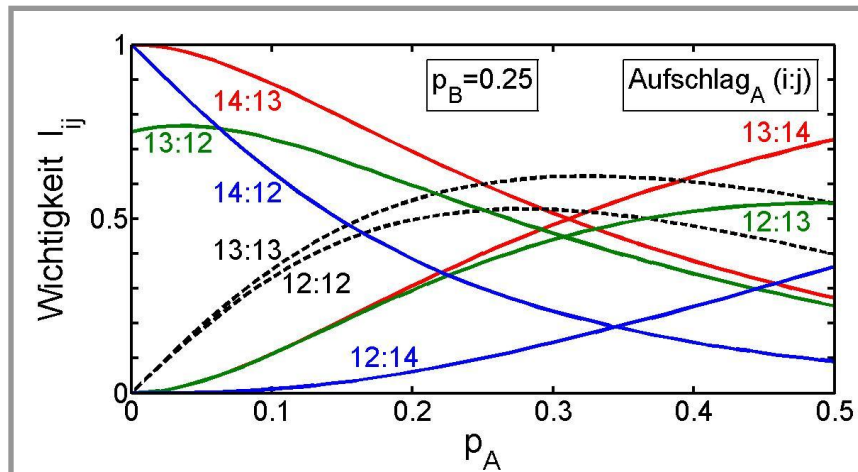
- Wichtigkeit von Punkten
- Wahrscheinlichkeit von Punkteständen
- Häufigkeitsgewichteten Wichtigkeit von Punkten

Wichtigkeit eines Punktes I_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (1a)

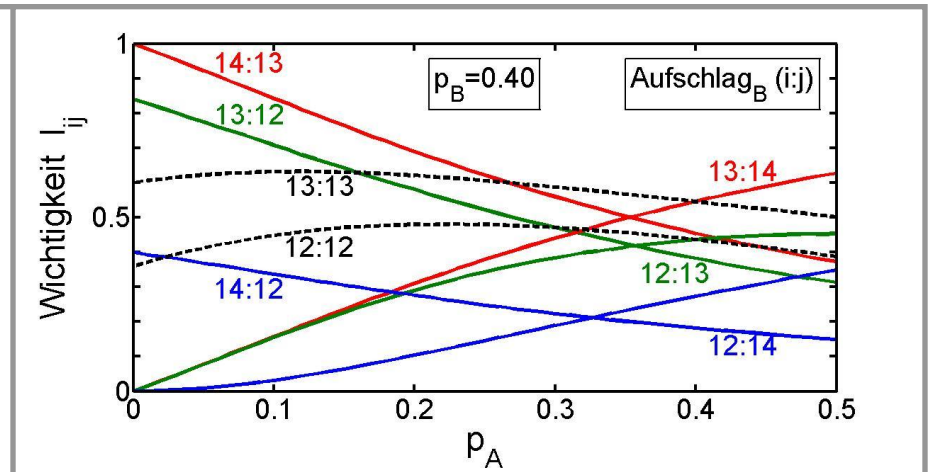
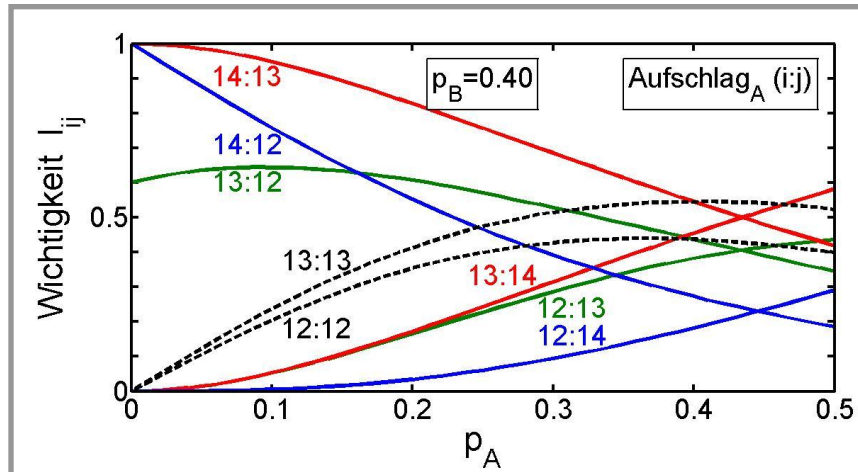
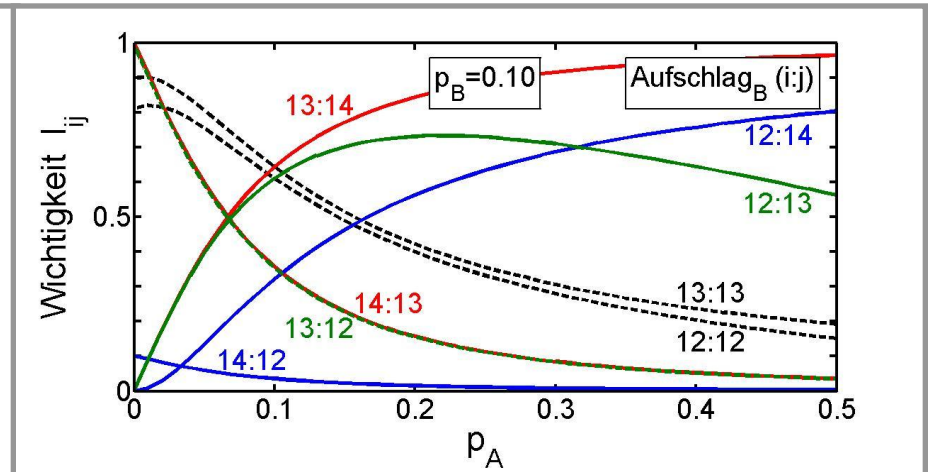
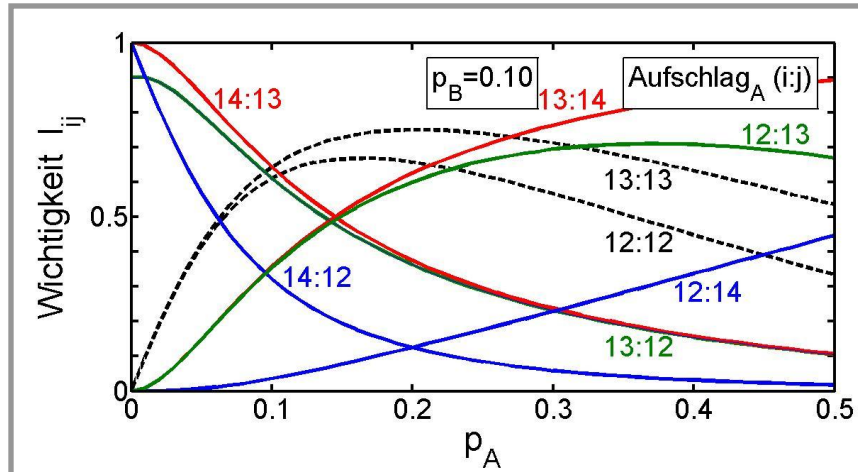
**Def. Wichtigkeit Punkt
(beim Punktestand i:j)** :

$$I_{ij} = p_A^{\text{Satz}}(i+1:j) - p_A^{\text{Satz}}(i:j+1)$$

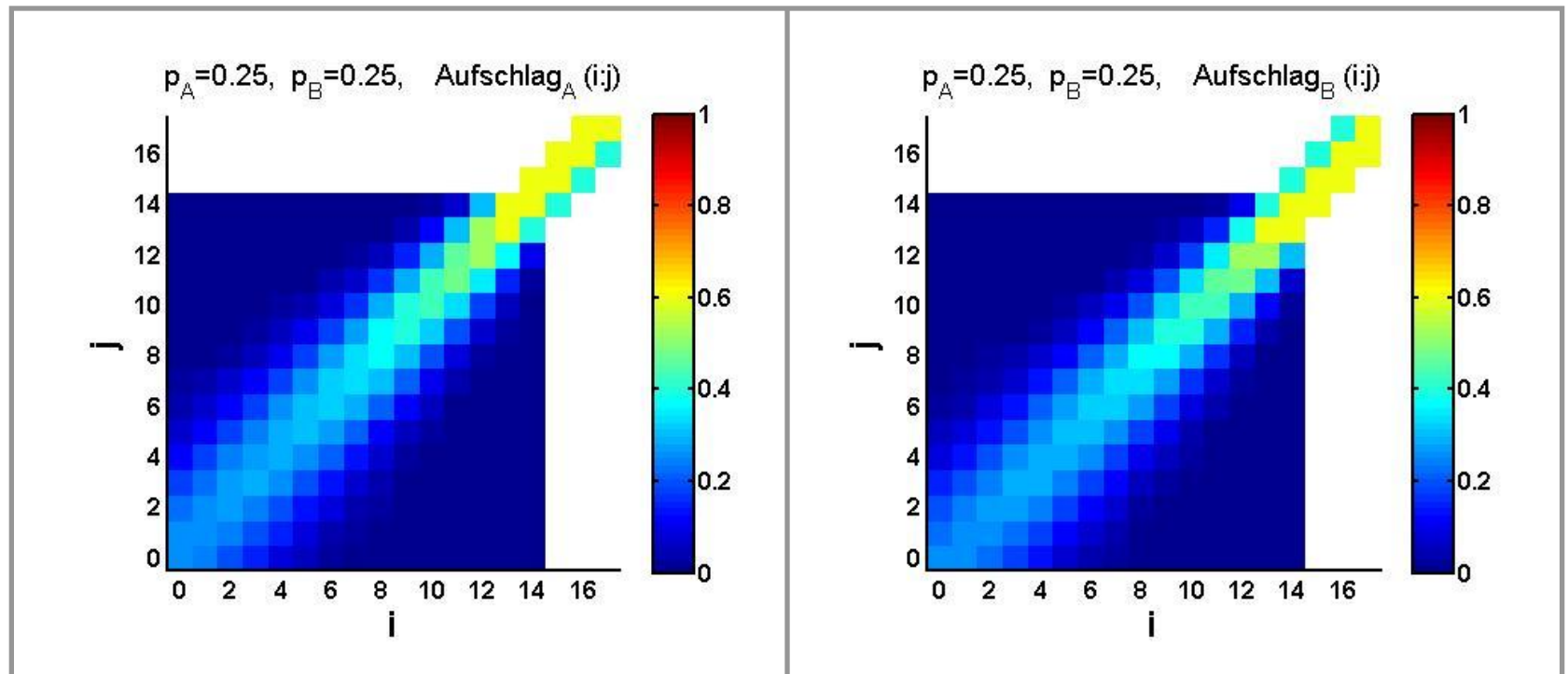
$p_A^{\text{Satz}}(i:j)$: SEW Team A ab Punktestand i:j



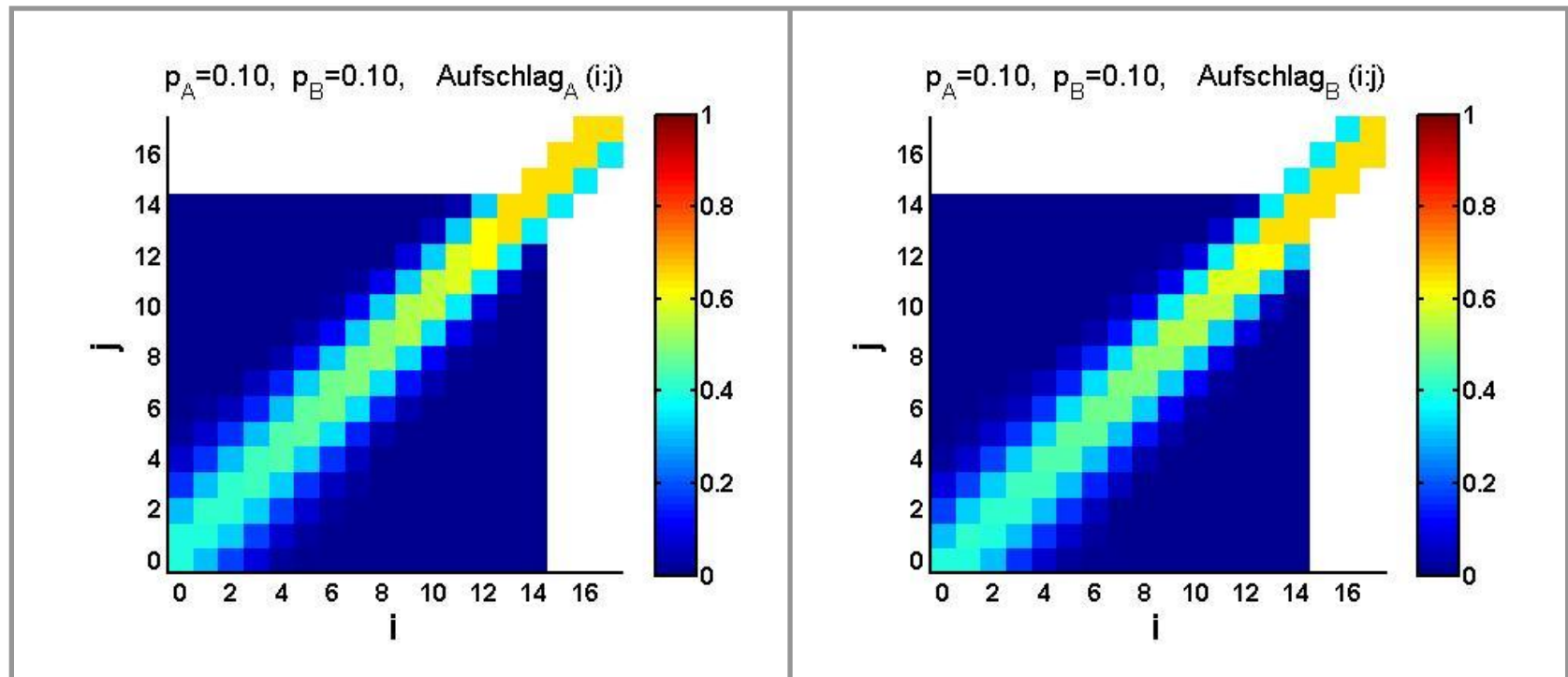
Wichtigkeit eines Punktes I_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (1b)-(1c)



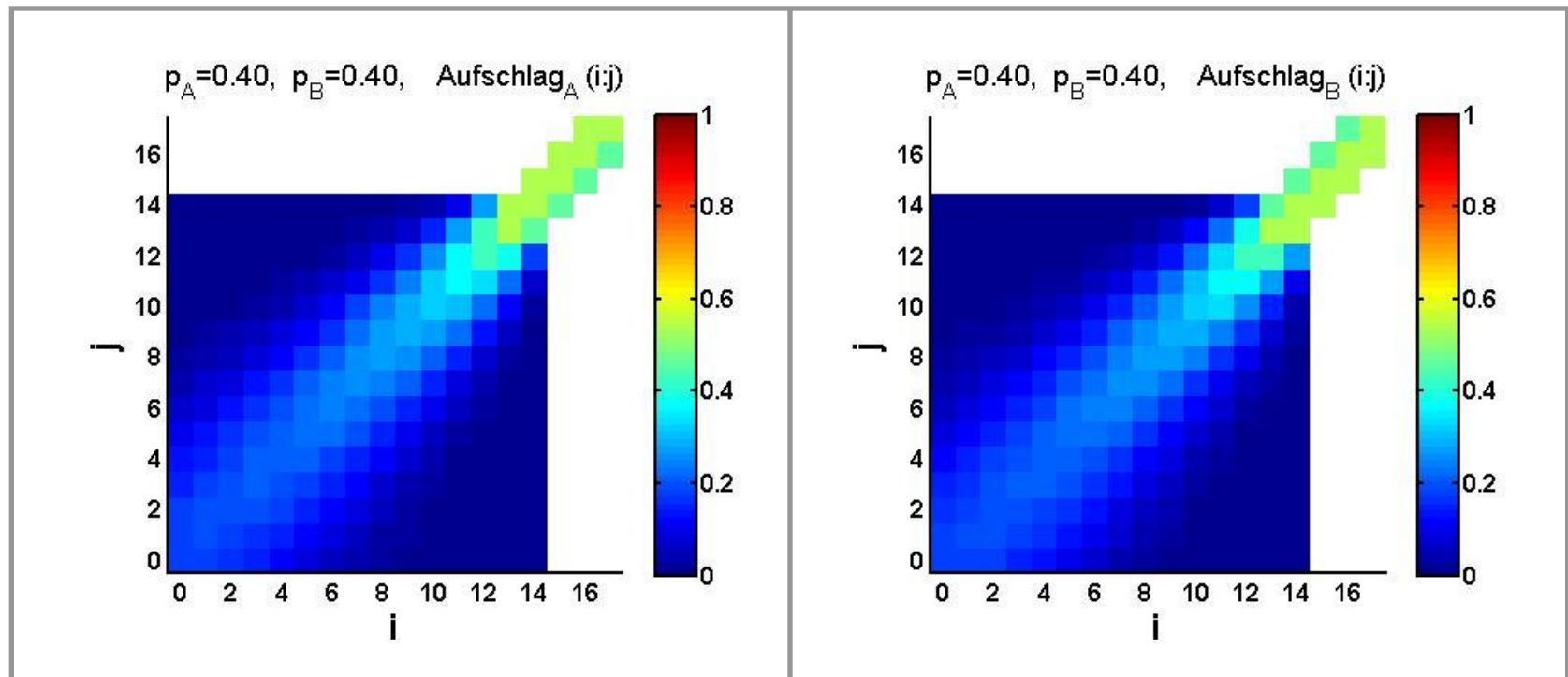
Wichtigkeit eines Punktes I_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (2a)



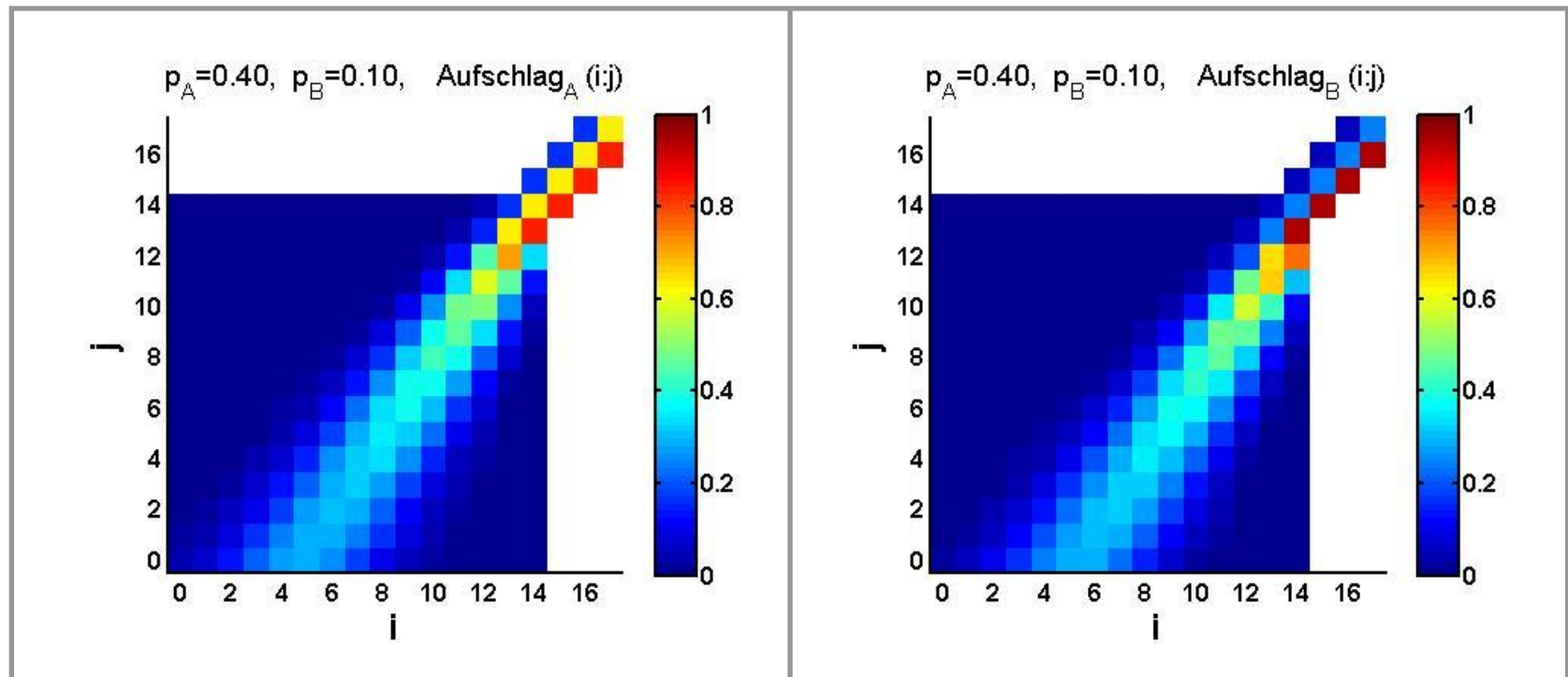
Wichtigkeit eines Punktes I_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (2b)



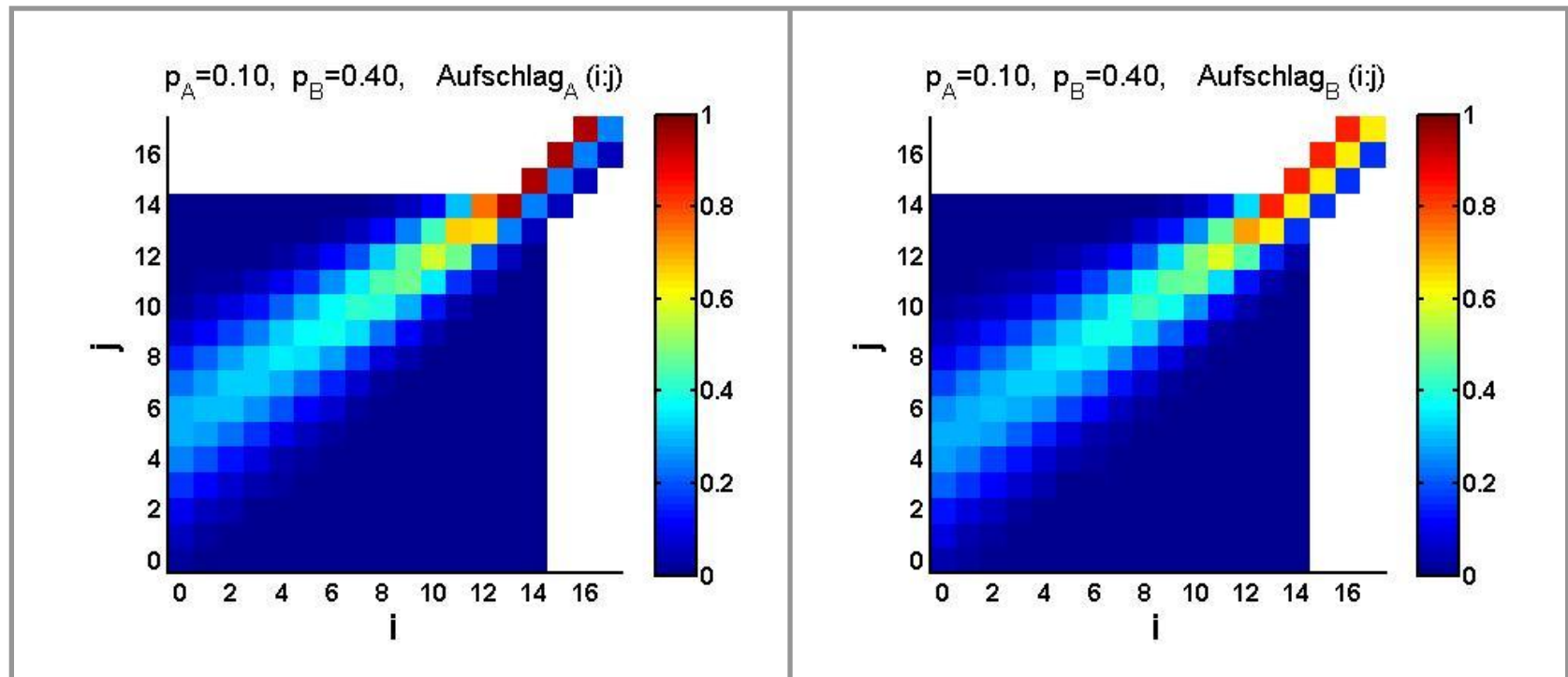
Wichtigkeit eines Punktes I_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (2c)



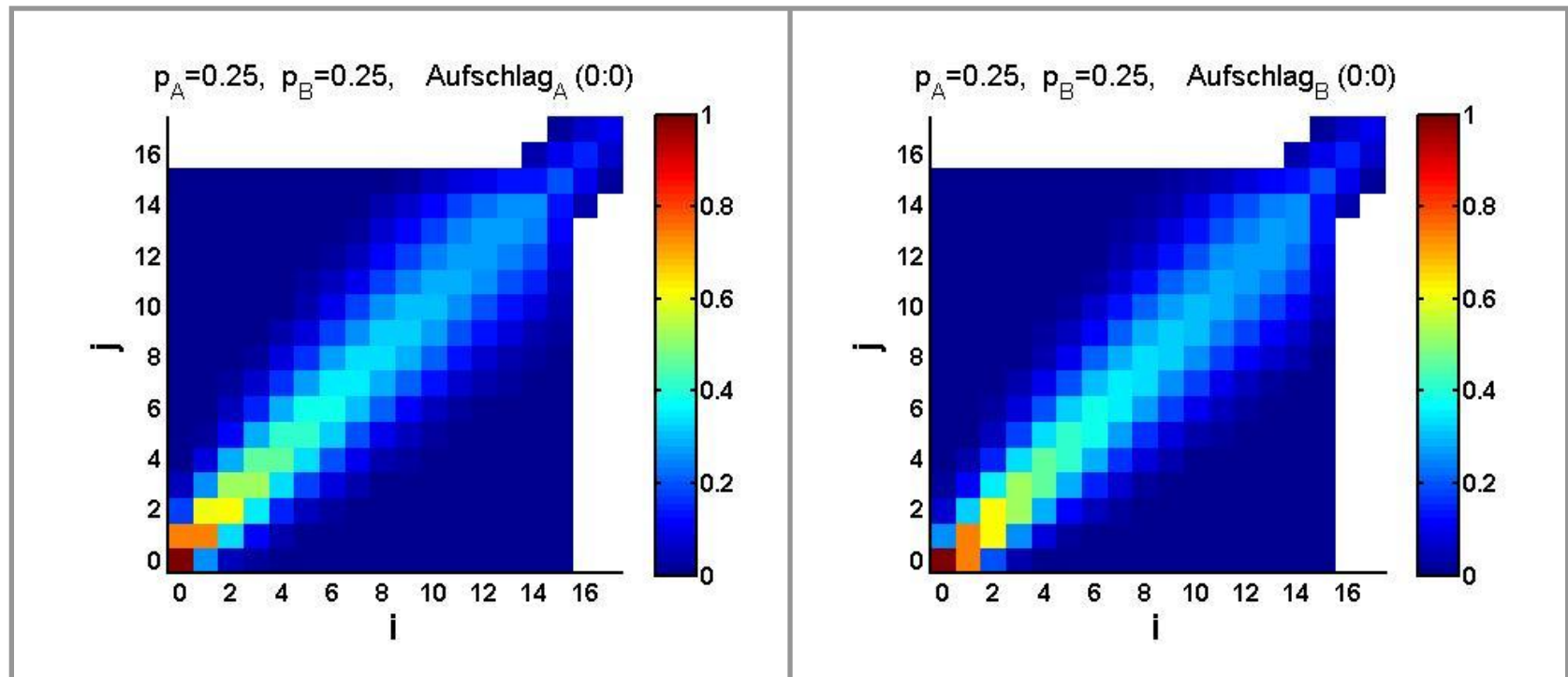
Wichtigkeit eines Punktes I_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (2d)



Wichtigkeit eines Punktes I_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (2e)



Wahrscheinlichkeit eines Punktestandes $p_{\text{Ergebnis}}(i:j)$ – Wertebereiche Volleyball win15 (a)

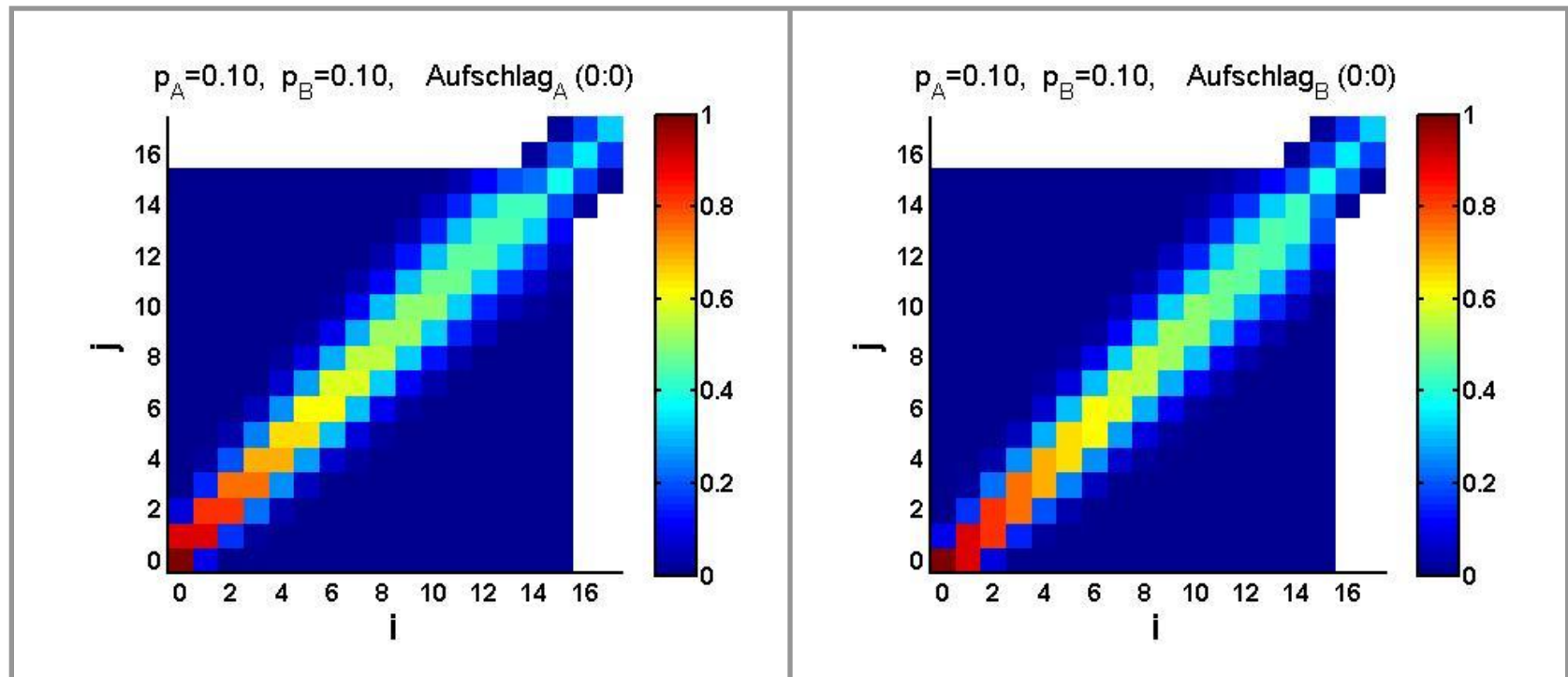


$$L = 29.0$$

$$L = 29.0$$

$$L = \sum_{i,j} p_{\text{Ergebnis}}(i:j): \text{Anzahl Punkte am Satzende}$$

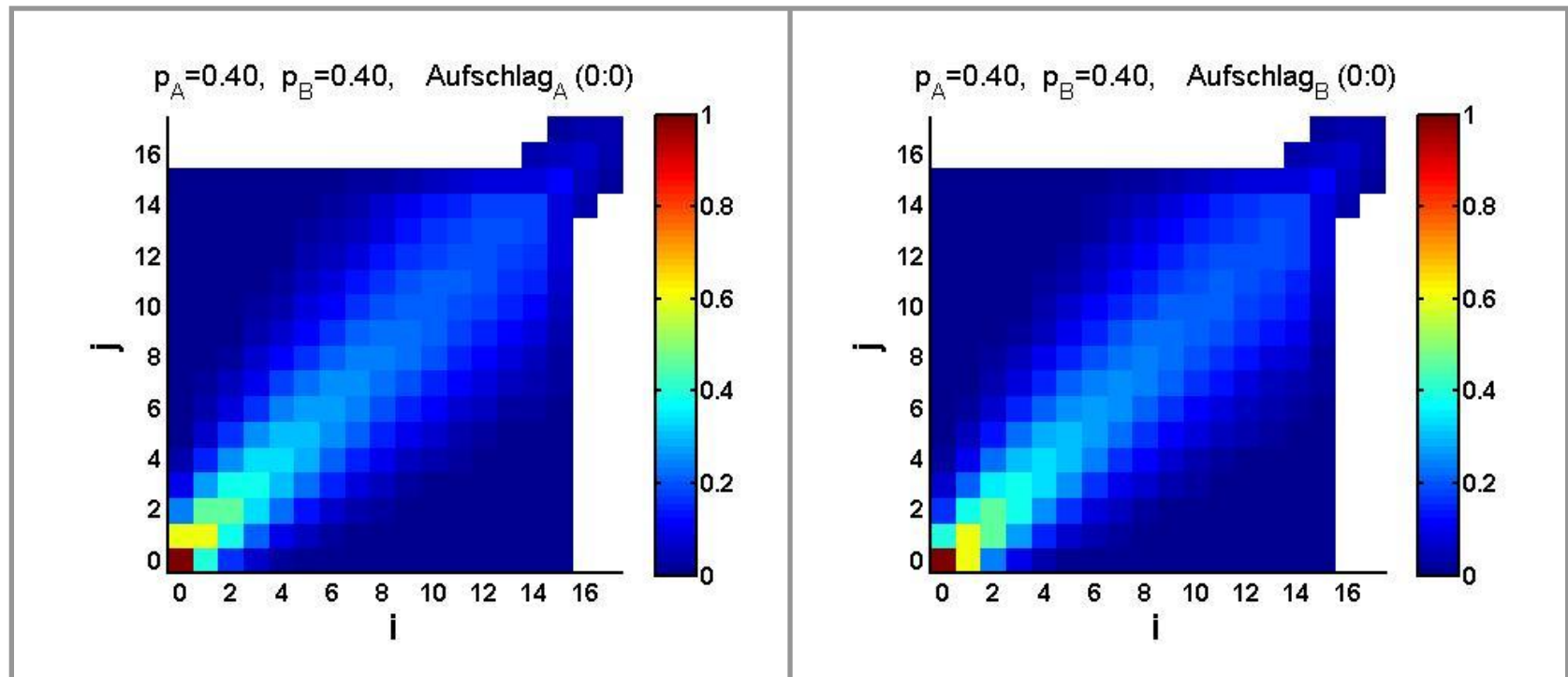
Wahrscheinlichkeit eines Punktestandes $p_{\text{Ergebnis}}(i:j)$ – Wertebereiche Volleyball win15 (b)



$L = 30.9$

$L = 30.9$

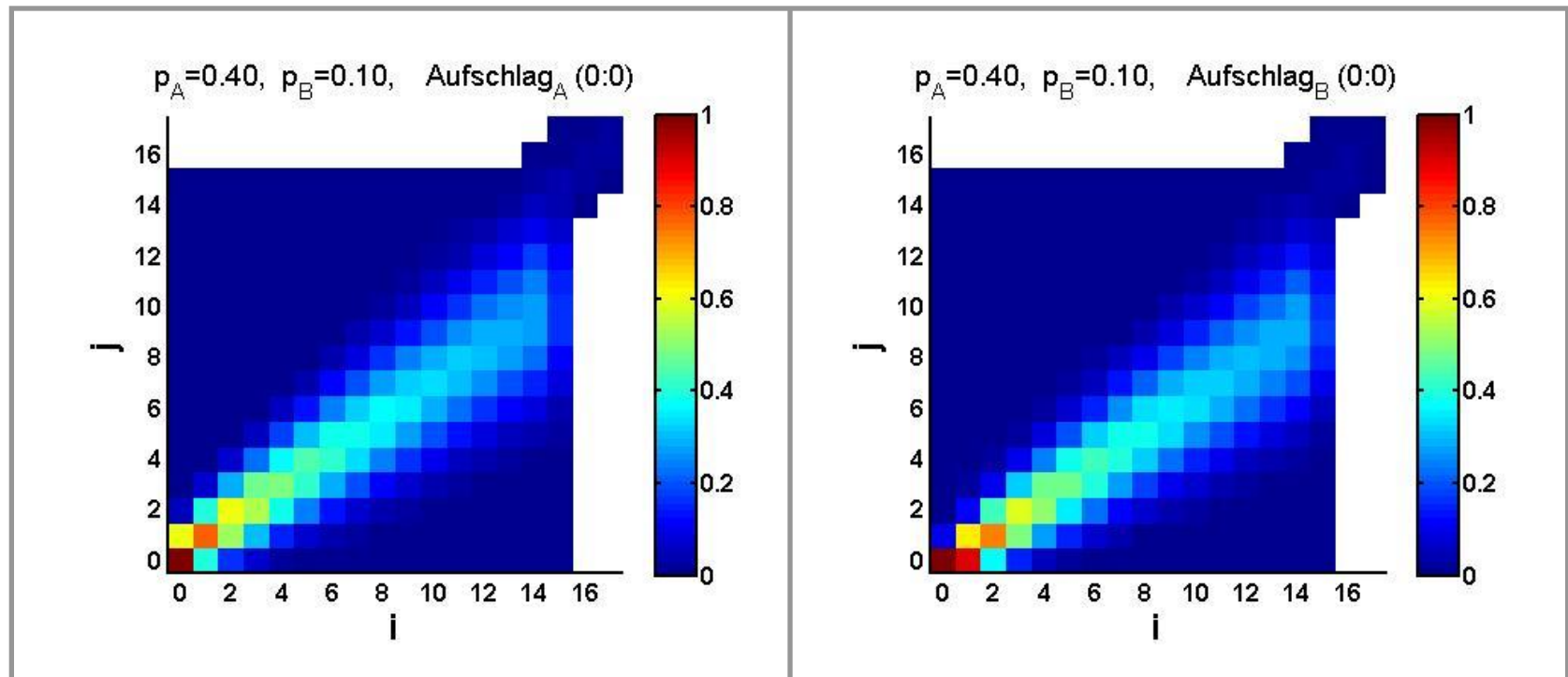
Wahrscheinlichkeit eines Punktestandes $p_{\text{Ergebnis}}(i:j)$ – Wertebereiche Volleyball win15 (c)



$$L = 27.8$$

$$L = 27.8$$

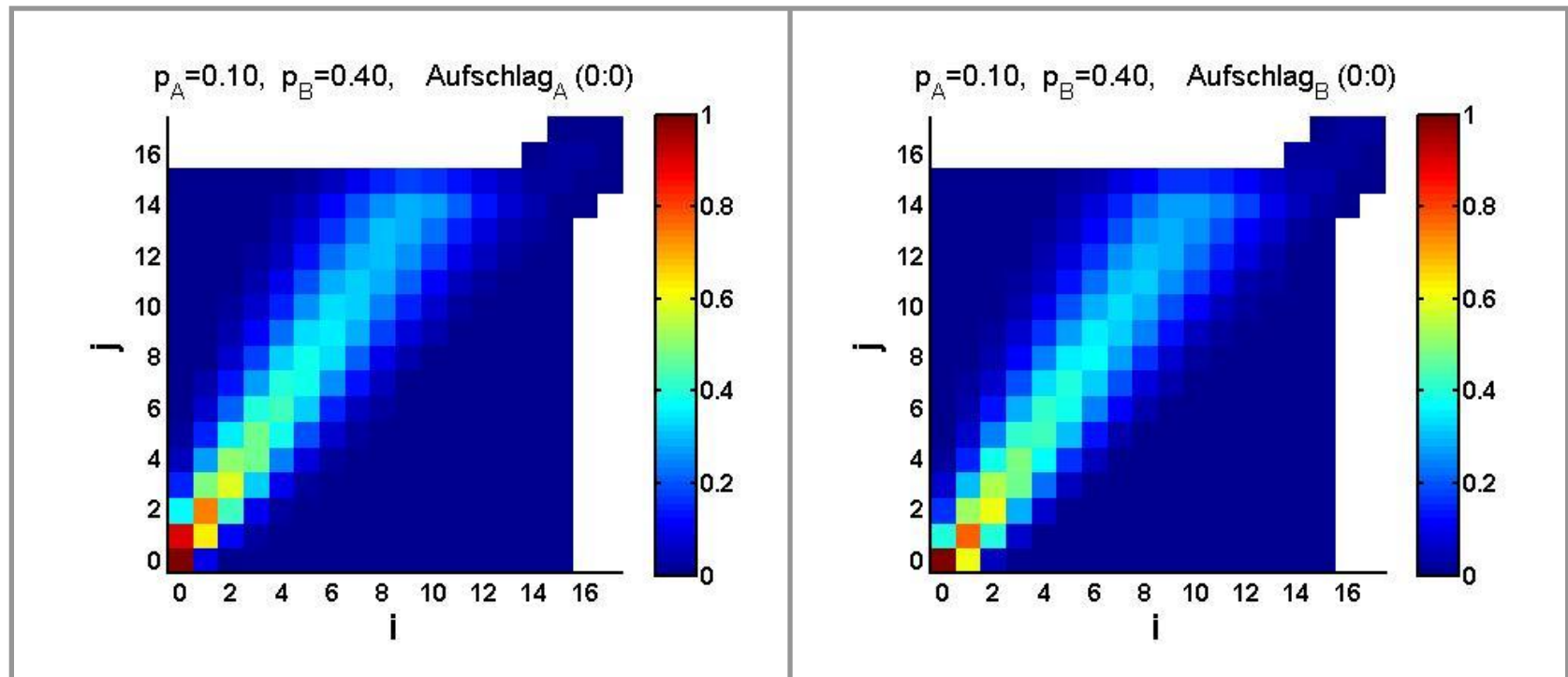
Wahrscheinlichkeit eines Punktestandes $p_{\text{Ergebnis}}(i:j)$ – Wertebereiche Volleyball win15 (d)



$L = 26.1$

$L = 25.5$

Wahrscheinlichkeit eines Punktestandes $p_{\text{Ergebnis}}(i:j)$ – Wertebereiche Volleyball win15 (e)

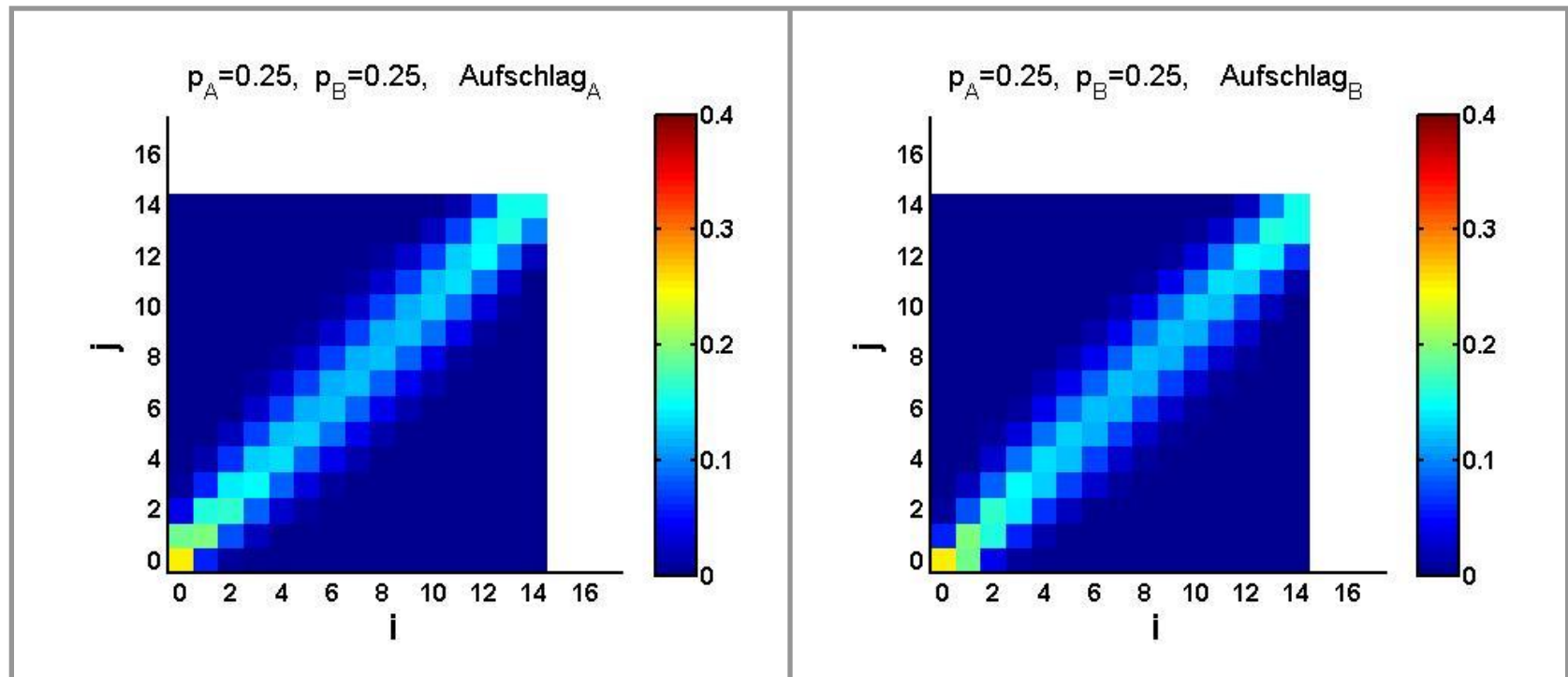


$$L = 25.5$$

$$L = 26.1$$

Häufigkeitsgewichtete Wichtigkeit eines Punktes T_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (a)

$$T_{ij} = I_{ij} \cdot p_{\text{Ergebnis}}(i : j)$$

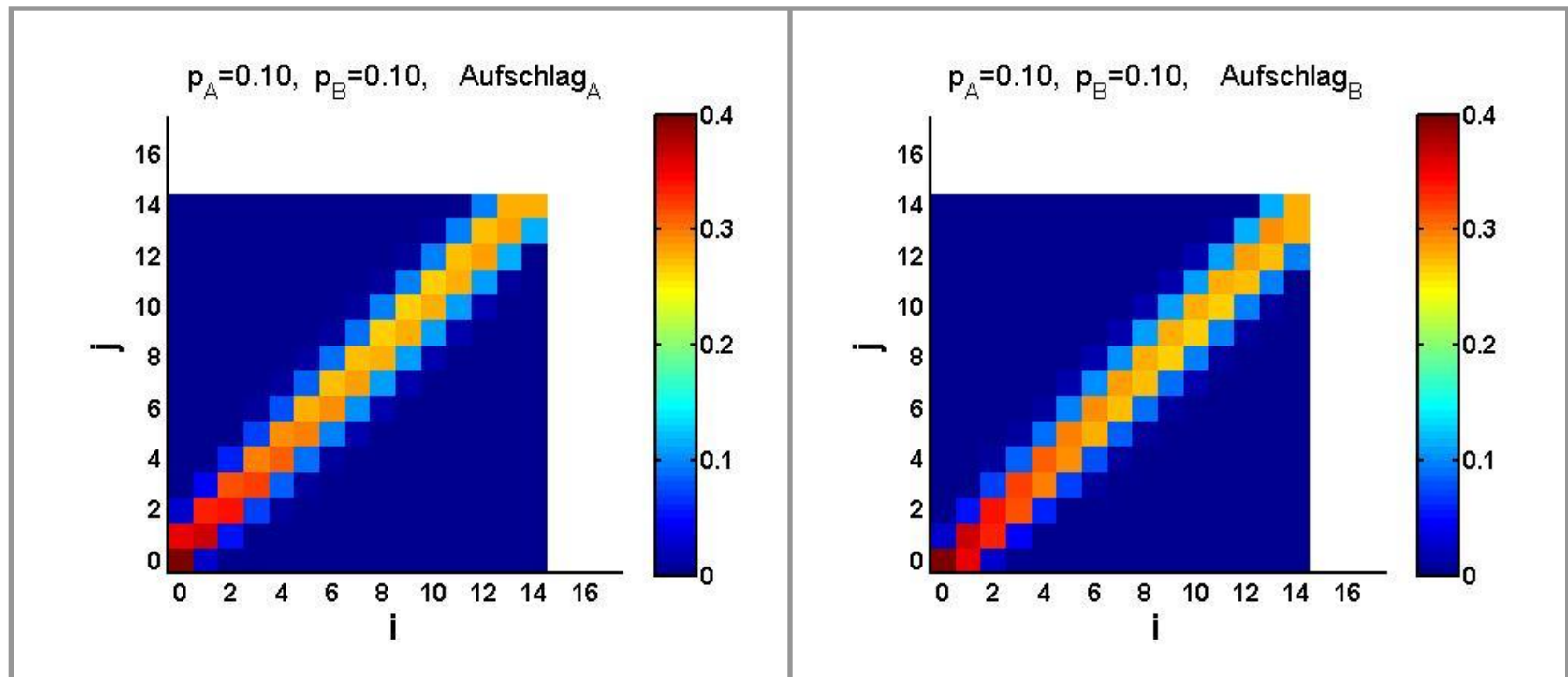


$$M = 7.1$$

$$M = 7.1$$

$$M = \sum_{i,j} T_{i,j} : \text{Vergrößerungsfaktor (nach Morris, 1977)}$$

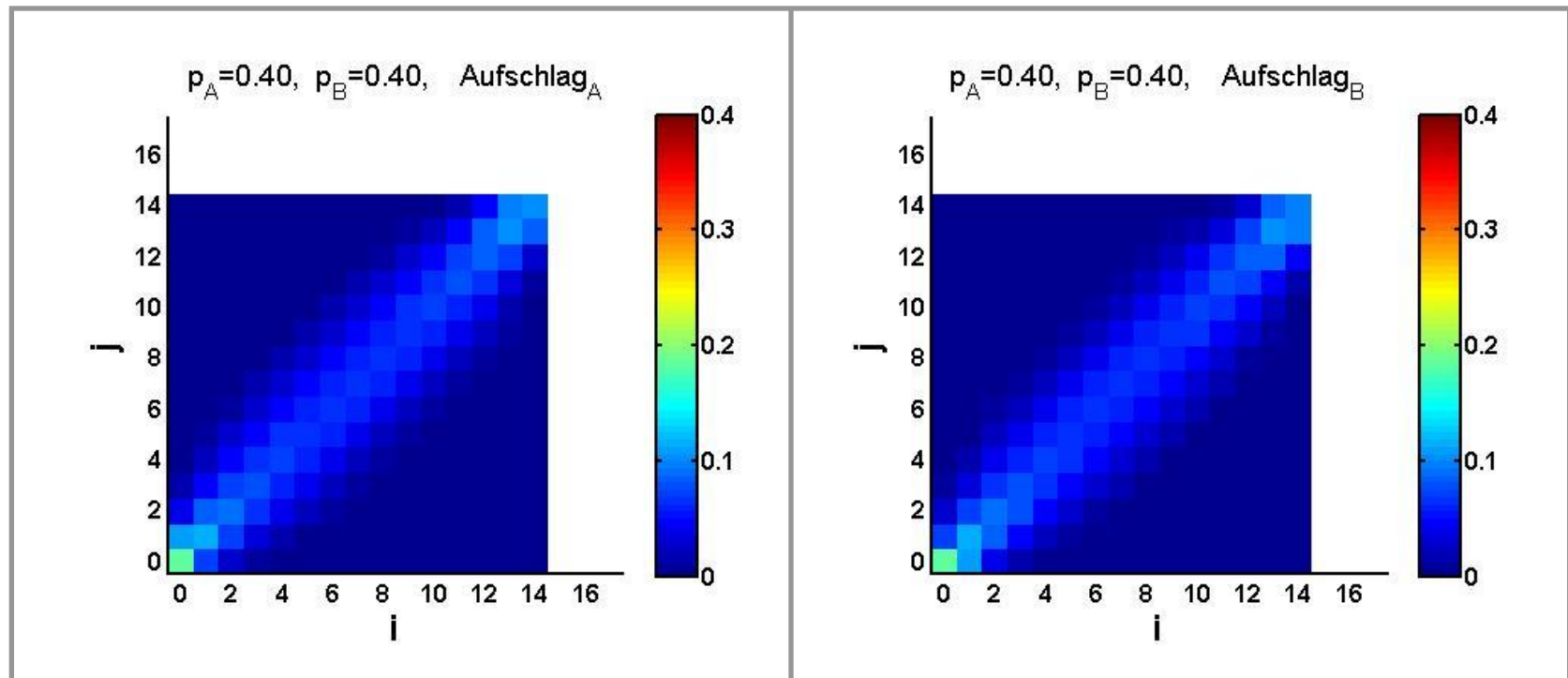
Häufigkeitsgewichtete Wichtigkeit eines Punktes T_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (b)



$$M = 11.2$$

$$M = 11.2$$

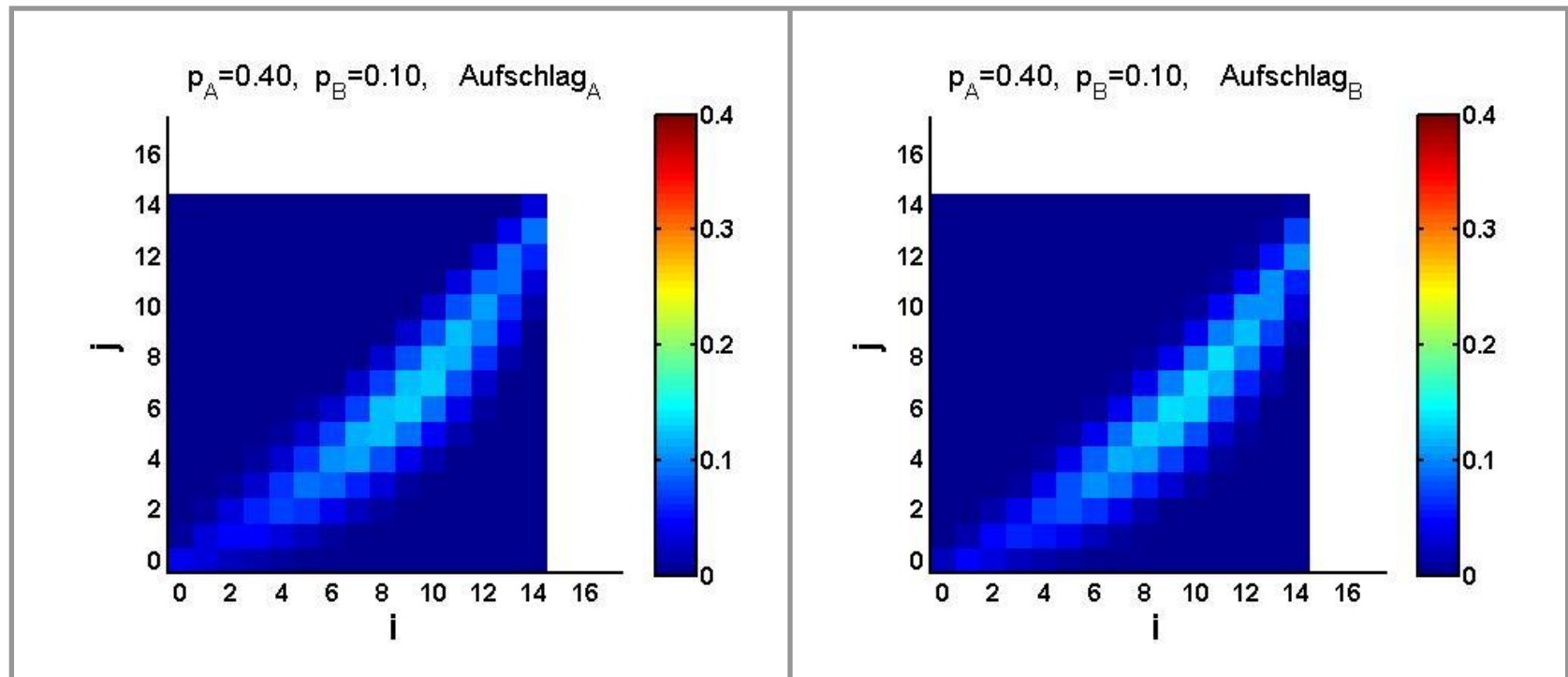
Häufigkeitsgewichtete Wichtigkeit eines Punktes T_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (c)



$M = 5.2$

$M = 5.2$

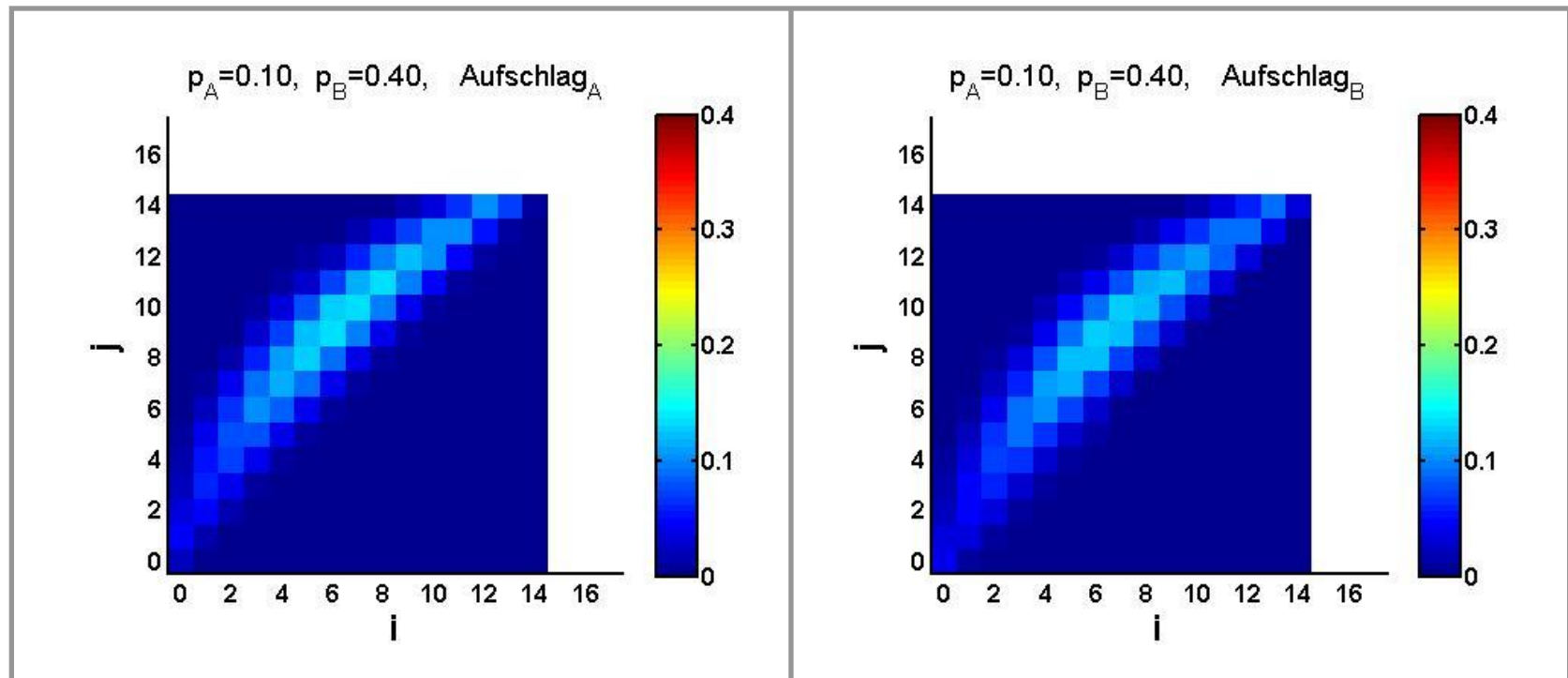
Häufigkeitsgewichtete Wichtigkeit eines Punktes T_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (d)



$M = 4.7$

$M = 4.7$

Häufigkeitsgewichtete Wichtigkeit eines Punktes T_{ij} – Wertebereiche Volleyball win15 (e)



$M = 4.7$

$M = 4.7$

Zitierte Literatur

- Baacke, H. (1982). Statistical match analysis for evaluation of players and teams performances. *Volleyball Technical Journal*, 7 (2), 36-45.
- Bender, A. (2009). *Monte Carlo Tennis*. Seminararbeit, Inst. f. Statistik, Ludwig-Maximilians-Universität München.
- Calhoun, W., Dargahi-Noubary, G. R. & Shi, Y. (2002). Volleyball Scoring Systems. *Mathematics and Computer Education*, 36 (1), 70-79.
- Fellingham, G. W.; Collings, B. J. & McGown, C. M. (1994). Developing an Optimal Scoring System With a Special Emphasis on Volleyball. *Research Quarterly for Exercise and Sport*, 65 (3), 237-243.
- Gentle, J.E. (2000). *Random Number Generation and Monte Carlo Methods* (Corrected Second Printing). New York [u.a.]: Springer.
- Kemeny, J.G. & Snell, J.L. (1976). *Finite Markov Chains*. New York [u.a.]: Springer.

Zitierte Literatur (Fortsetzung (1))

- Klaassen, F. J. G. M. & Magnus, J. R. (2001). Are Points in Tennis Independent and Identically Distributed? Evidence From a Dynamic Binary Panel Data Model. *Journal of the American Statistical Association*, 96 (454), 500-509.
- Kovacs, B. (2009). The Effect of the Scoring System Changes in Volleyball: A Model and an Empirical Test. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 5 (3), Article 9.
- Lee, K. T. & Chin, S. T. (2004). Strategies to serve or receive the service in volleyball. *Mathematical Methodes of Operations Research*, 59 (1), 53-67.
- Lames, M. (1991). *Leistungsdiagnostik durch Computersimulation. Ein Beitrag zur Theorie der Sportspiele am Beispiel Tennis*. Frankfurt am Main: Harri Deutsch.
- Lames, M. & Hohmann, A. (1997). Zur Leistungsrelevanz von Spielhandlungen im Volleyball. In B. Hoffmann & P. Koch (Hrsg.), *Integrative Aspekte in Theorie und Praxis der Rückschlagspiele* (S.121-128). Hamburg: Czwalina.

Zitierte Literatur (Fortsetzung (2))

- Meyer, B. (2007). *Analytische mathematische Verfahren zur Modellierung des Rally-Point-Scoring-Systems im Volleyball – effiziente Methoden zur Untersuchung von inneren und äußeren Merkmalen der Spielstruktur*. Unveröff. Manuskript, Technische Universität Braunschweig.
- Meyer, B. (2010). Ein datenbasiertes analytisches mathematisches Verfahren zur Modellierung des Rally-Point-Scoring-Systems im Volleyball – Möglichkeiten der Untersuchung zu inneren Merkmalen der Spielstruktur. In K. Langolf & R. Roth (Hrsg.), *Volleyball international in Forschung und Lehre 2009* (S. 117-134). Hamburg: Czwalina.
- Mittendorfer, M. (2009). *Der Effekt der Änderung des Punktesystems im Volleyball*. Seminararbeit, Inst. f. Statistik, Ludwig-Maximilians-Universität München.
- Morris, C. (1977). The Most Important Points in Tennis. In S. P. Ladany & R. E. Nichol (Eds.), *Optimal Strategies in Sport* (S. 131-140). Amsterdam [u.a.]: North-Holland.

Zitierte Literatur (Fortsetzung (3))

- Newton, P. K. & Aslam, K. (2006). Monte Carlo Tennis. *SIAM Review*, 48 (4), 722-742.
- Newton, P. K. & Keller, J. B. (2005). Probability of Winning at Tennis I. Theory and Data. *Studies in Applied Mathematics*, 114 (3), 241-269.
- Parlebas, P. (1985). Modélisation du jeu sportif: le système des scores du volleyball. *Mathématiques et Sciences Humaines*, 91, 57-80, 85.
- Witzel, W. (1984). Vergleich der Zählweise beim Tennis und Tischtennis. Ein Beispiel für anwendungsbezogenen Unterricht in Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Praxis der Mathematik*, 26(6), 161-167.